

Introduction Générale

Les compagnies d'assurance offrent une large gamme de produits diversifiés comme par exemple, l'assurance dommages, de responsabilité, ainsi que les assurances de personnes contenant l'assurance vie.

L'assurance vie joue un rôle particulier dans le financement de l'économie à travers son rôle de mobilisation de l'épargne, de sécurisation de l'investissement et de l'entreprise. Dans ce contexte, les compagnies d'assurance ont le souci de développer leurs produits vie de façon à tenir compte des spécificités économiques et sociales de leurs assurés. En fait, la demande de produits d'assurance vie augmente considérablement et représente de nombreuses opportunités pour les assureurs. Ainsi, la sécurité, le contrôle et le suivi des risques deviennent de plus en plus prépondérants.

L'assurance vie présente plusieurs risques tels que le risque financier, le risque de mortalité et le risque de longévité. Ces risques sont primordiaux pour les assureurs vu qu'ils constituent des éléments majeurs pour la détermination des tarifs et des provisions notamment les provisions mathématiques, afin de garantir leurs engagements.

La tarification est parmi les aspects les plus sensibles de manière à affecter la compétitivité des compagnies essentiellement après l'entrée de nouveaux concurrents par la bancassurance. En assurance vie, les facteurs techniques de tarification sont le taux technique et la table de mortalité. Cette dernière constitue le repère fondamental de toutes les activités de la branche vie parce qu'elle permet l'estimation de la probabilité de survie ou de décès des personnes assurées.

Les tables de mortalité utilisées par les assureurs pour déterminer les tarifs et les provisions sont imposées par la réglementation. En Tunisie, le législateur impose des tables de référence standards pour la tarification et le provisionnement des produits d'assurance en cas de vie et en cas de décès à savoir TV 99 et TD 99 simultanément. Cependant, d'après plusieurs auteurs comme Ben Badis. M (2006), Planchet. F (2006), Henge. F (2007) et Kamega. A (2014), la table réglementaire imposée par le législateur surestime fortement la mortalité, ce qui oblige les assureurs à tarifier les produits de manière exorbitante et à constituer des provisions mathématiques plus importantes que le risque réel. En effet, la population utilisée dans les tables réglementaires ne partage pas les mêmes caractéristiques de

la population assurée vu le processus de sélection médicale en cas de produit décès et l'auto-sélection de l'assuré en cas de vie en plus de l'amélioration de la longévité principalement durant ces dernières années.

La prise en compte de l'expérience d'un portefeuille dans la détermination des tarifs et des provisions de l'assureur, paraît donc nécessaire dans la mesure où le risque de mortalité et/ou longévité sera évalué convenablement et ainsi la compagnie d'assurance devient plus compétitive.

L'objet de ce mémoire est la construction d'une table d'expérience (pour le risque de décès) ses fondements théoriques, et son impact sur la tarification et le provisionnement.

Afin d'apporter des éléments de réponses à notre problématique, nous partageons notre mémoire en trois chapitres. Le premier chapitre consiste à mettre l'accent sur certains concepts de l'assurance vie tout en présentant les bases techniques ainsi que les récentes évolutions de ce secteur en Tunisie.

Le deuxième chapitre sera consacré à la revue de la littérature afin de détecter dans un premier lieu les différents impacts de l'expérience sur la performance des compagnies d'assurance et en deuxième lieu nous allons présenter les fondements et les théories pratiques de la démarche de construction d'une table d'expérience pour le risque de décès tout en s'intéressant aux méthodes d'estimation des taux bruts de mortalité principalement dans le cas des données incomplètes ainsi que les différentes techniques de lissage pour l'ajustement des taux bruts estimés qui permettent d'aboutir à une courbe de mortalité avec une forme régulière.

Le troisième chapitre présente notre étude sur la population de l'assurance SALIM menant à construire une table de mortalité d'expérience pour finir par analyser l'impact d'une telle table sur la tarification des produits en question et sur le provisionnement.

Chapitre 1 : Fondements de l'assurance vie et des tables de mortalité

Introduction

Le secteur des assurances participe au développement de l'économie. En fait, c'est un offreur de sécurité, outil de financement et un prestataire de service. Les entreprises d'assurance présentent une variété de produits de sécurité, de crédit et d'épargne. Par ailleurs, l'activité des assurances se compose en assurance dommages, des responsabilités et de personne qui comporte l'assurance vie. Cette dernière est le sujet de notre mémoire.

L'assurance vie repose sur la durée et sur la vie humaine comme l'indique le code des assurances tunisien qui définit l'assurance sur la vie « *Toute opération comportant des engagements dont l'exécution dépend de la durée de la vie humaine.* ». Ainsi, la compagnie d'assurance est tenue d'étudier la mortalité de ses assurés afin de déterminer les tarifs convenables et le montant nécessaire de provisions pour pouvoir honorer ses engagements. La compagnie d'assurance utilise l'outil de tables de mortalité comme base technique de tarification et de provisionnement. Cependant, les tables de mortalité construites à travers la population globale peuvent présenter des inconvénients qui résident d'une part dans l'amélioration de la longévité depuis la date de l'élaboration des tables et d'autre part dans la meilleure longévité de la population assurée vu que les entreprises d'assurance exercent une sélection médicale des assurés désirant souscrire une garantie décès en plus du phénomène d'auto-sélection de l'assuré désirant souscrire une garantie vie.

Section 1 : Assurance vie : concepts et évolution du marché Tunisien

L'assurance vie découle des assurances de personnes. C'est une assurance forfaitaire où l'assuré décide le montant garanti selon les sommes versées et les conditions du contrat. Le code des assurances tunisien¹ indique au niveau de l'article 34 « *Sont considérées comme assurances de personnes, les assurances sur la vie y compris l'assurance en cas de décès et l'assurance en cas de vie ainsi que les assurances contre les accidents atteignant les personnes et pour lesquelles les sommes assurées sont fixées par les parties au contrat.* ».

Le contrat d'assurance vie est défini selon Jean Daniel Laiter et Julien Molard² dans leur ouvrage « les clés de l'assurance vie : Produits et techniques » comme une convention par laquelle une personne morale (l'assureur), en échange d'une somme d'argent reçue en une ou plusieurs fois (la prime), s'engage envers une autre (le souscripteur) à verser à une personne désignée au contrat (le bénéficiaire) un capital ou une rente en cas de vie ou de décès de telle personne désignée au contrat (l'assuré) et ce, pendant une période déterminée (durée du contrat).

L'assurance vie est un contrat adapté à de nombreuses stratégies telles que la constitution d'une épargne pour financer un projet, améliorer la retraite, transmettre le patrimoine ou encore préserver la santé financière de la famille en cas de difficulté (décès, invalidité). En effet, dans un contrat d'assurance vie il faut distinguer deux sortes de contrats: un contrat d'assurance en cas de décès et un contrat d'assurance en cas de vie. Nous tentons de les mieux expliquer dans le prochain paragraphe.

1.1. Principaux types de contrats

1.1.1. Assurance en cas de vie

Les contrats en cas de vie prennent la forme individuelle ou collective (souscrits par une entreprise ou une association). Ils permettent la constitution de droits différés exprimés

¹ Code des assurances ; édition C.L.E Contribution à la Littérature d'Entreprise 2009

² Laiter. JD et Molard. J « les clés de l'assurance vie : Produits et techniques » SEFI éditions, 61464a juin 2006, 2^{ème} édition

sous forme de capital ou de rente, en cas de vie au terme du contrat tout en se basant sur une capitalisation viagère et financière des primes versées. Une contre assurance en cas de décès peut être accompagnée c'est-à-dire le remboursement d'une partie des primes à un (des) bénéficiaire(s) fixée en cas de décès de la tête assurée.

L'objectif de souscrire une assurance en cas de vie est de constituer progressivement un capital, tout en bénéficiant d'avantages techniques et fiscaux, qui sera remboursé à l'assuré s'il est toujours en vie à l'échéance du contrat.

Il existe plusieurs produits d'assurance en cas de vie à savoir :

- ✓ Le capital différé ;
- ✓ La rente différée ;
- ✓ La rente immédiate.

1.1.2. Assurance en cas de décès

Les contrats en cas de décès prennent la forme individuelle ou collective (souscrits par une entreprise ou une association). Ils garantissent le versement d'un capital ou d'une rente à un bénéficiaire désigné(s), en cas de décès avant le terme du contrat. Cette garantie peut être subordonnée par des garanties d'assurance telles que la prestation en cas d'invalidité ou d'incapacité résultante d'une maladie ou d'un accident, ou majoration de la garantie en cas de décès accidentel.

Ce type d'assurance a principalement pour objectif de protéger financièrement la famille et les proches. Il est parfois souscrit en cas d'emprunt.

Ils sont généralement à fonds perdus c'est-à-dire que si l'assuré est toujours en vie à l'échéance du contrat, ni lui ni ses proches ne récupéreront les sommes versées. L'assureur se trouve libéré de ses obligations, et les cotisations lui restent acquises.

Les principaux contrats d'assurance en cas de décès sont les suivants :

- ✓ La vie entière ;
- ✓ Le temporaire décès ;
- ✓ L'assurance de survie.

1.1.3. Assurances mixtes

Les contrats mixtes garantissent à la fois le risque de survie et le risque de décès. En effet, les contrats associent une assurance en cas de vie et une assurance en cas de décès. Ainsi, la compagnie d'assurance s'engage à verser un capital déterminé soit à l'assuré ou au(x) bénéficiaire(s) si l'assuré est vivant au terme du contrat, soit au (x) bénéficiaire(s) si l'assuré décède avant le terme du contrat et le capital investi est réparti donc entre la partie épargne matérialisée par l'assurance en cas de vie et la garantie décès.

1.1.4. Contrat en Unités de Compte

Une Unité de Compte repose sur des OPCVM (Organismes de Placement Collectif en Valeurs Mobilières). Ainsi, lorsqu'un épargnant veut investir sur les marchés financiers, il peut le faire que se soit par l'achat direct des actifs tels que des actions ou des obligations ou bien par l'investissement dans des sociétés dont l'objectif est de détenir ces actifs pour le compte de leurs investisseurs à savoir les OPCVM. Aussi, il est possible de souscrire les OPCVM à travers un contrat d'assurance-vie. Dans ce cas, ils prennent alors le nom d'Unités de Compte.

L'investissement en Unités de Compte permet de placer l'épargne constitué sur des supports financiers plus dynamiques que la monnaie (dinars). En contrepartie d'un risque de perte, plus ou moins élevé selon la nature des Unités de Comptes, mais tout en bénéficiant d'un rendement plus intéressant.

Les compagnies d'assurance-vie sont dotées de plusieurs outils pour proposer à leurs clients des allocations d'actifs, c'est-à-dire des répartitions sur différentes Unités de Compte, adaptées à leurs besoins. Le choix sera sur la base de questionnaires simples tels que le degré de risque que l'épargnant est prêt à accepter (averse au risque ou preneur de risque), le montant de son investissement et la durée de placement.

1.2. Les acteurs du contrat d'assurance vie

1.2.1. Le souscripteur

Le souscripteur est le titulaire du contrat. C'est lui qui verse les primes d'assurance. Il peut ainsi interrompre ou prolonger le contrat. A ce titre, il dispose de deux prérogatives : le choix du bénéficiaire et la faculté de gestion du contrat (demande de rachat partiel ou total, avance).

Dans le cadre d'assurance groupe, le souscripteur est la personne morale souscrivant le contrat pour le compte des adhérents ayant le même lien avec le souscripteur comme l'indique l'article 34 du code des assurances « *Est considéré comme un contrat groupe d'assurance, le contrat souscrit par une personne morale ou un chef d'entreprise en sa dite qualité, en vue de l'adhésion d'un ensemble de personnes physiques répondant à des conditions définies au contrat. Les adhérents doivent avoir un lien de même nature avec le souscripteur.* »

1.2.2. L'assuré

L'assuré est la personne sur la tête de qui repose le risque du contrat. En effet, c'est celui dont la survie ou le décès va déclencher la garantie de l'assureur. Généralement, il est aussi le souscripteur. Le consentement de l'assuré par écrit avant la souscription du contrat est obligatoire dans l'assurance en cas de décès. En plus le consentement de l'assuré est obligatoire en cas de constitution de gage ou en cas de transfert du bénéfice de l'assurance comme l'indique l'article 36 du code des assurances « *L'assurance en cas de décès contractée par un tiers sur la tête de l'assuré est nulle si ce dernier n'y a pas donné son consentement par écrit avant la souscription du contrat. Le consentement de l'assuré est exigé en cas de constitution de gage ou en cas de transfert du bénéfice de l'assurance.* »

1.2.3. Le bénéficiaire

Le bénéficiaire d'un contrat d'assurance vie est la personne désignée par le souscripteur pour percevoir le capital ou la rente en cas de réalisation du risque assuré. Il n'a pas à être présent lors de la souscription du contrat. Mais s'il n'y a pas de bénéficiaire désigné

au décès de l'assuré, l'assureur ne conservera pas pour autant le capital : il reviendra aux héritiers de l'assuré.

Il est possible de désigner plusieurs bénéficiaires par contrat et la répartition entre ceux-ci peut être inégale. La liste du ou des bénéficiaires peut être modifiée pendant la durée du contrat.

1.3. Le marché Tunisien en assurance vie

L'assurance vie est l'un des éléments essentiels dans le financement de l'économie tunisienne vu qu'elle présente des fonds à longs terme. Elle a connu ces dernières années un développement remarquable. En effet, elle a accru de 13.25% en 2012 par rapport 2011. Bien que sa part dans le marché de l'assurance reste éloignée de la moyenne internationale, tous les efforts sont consentis afin de promouvoir cette branche vu que le développement de l'assurance vie, d'après la lettre de la FTUSA n°8³, répond à des objectifs primordiaux à savoir :

- ✓ La stabilisation de l'épargne à moyen et à long terme pour protéger le système monétaire et financier des difficultés de liquidité.
- ✓ Compléter le régime actuel de retraite, géré par répartition, compte tenu du rallongement de la durée de vie et du tassement de la pyramide des âges, par des contrats d'assurance vie « prévoyance et retraite complémentaire » afin de conserver le niveau de vie.

Par ailleurs, l'importance de l'assurance vie réside dans le fait qu'elle possède un rôle à la fois social et financier auquel s'ajoute un rôle macroéconomique par l'accumulation et le placement des capitaux dans l'économie.

1.3.1. Les primes émises

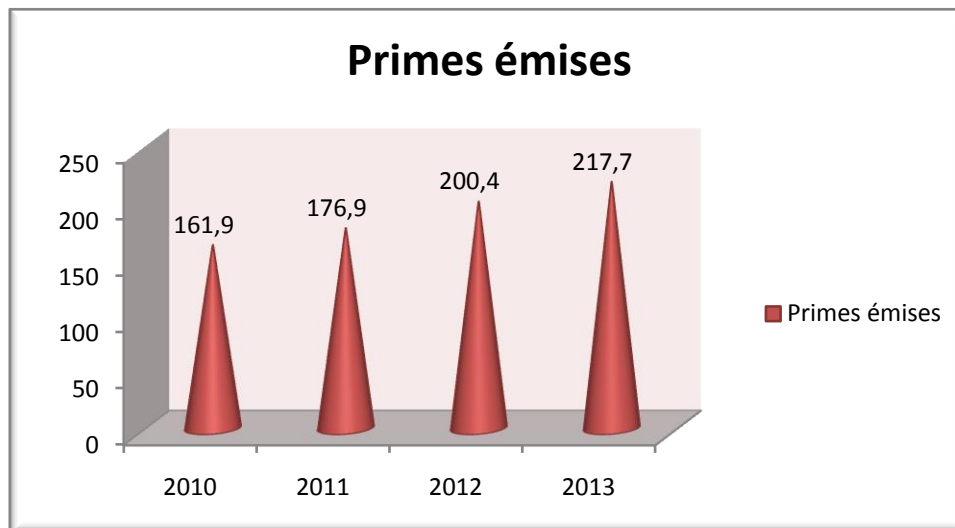
Selon les données prises du rapport de l'FTUSA 2012⁴, les primes émises en assurance vie s'élève à 217.7 MD en 2013 contre 200.7 MD en 2012, 176.9 MD en 2011 et 161.9 MD en 2010.

³ La lettre de la FTUSA n°8 « **La fiscalité de l'assurance vie en Tunisie** » 22/01/2007 ; *AUDINET Tunisie*

⁴ Fédération Tunisienne des sociétés d'assurances « Le marché Tunisien des assurances en 2012 » Décembre 2013

Elles représentent 15,6 % du total des émissions en 2013 comme en 2012 contre 15,02 % en 2011 et 14,45 % en 2010.

Figure 1: Evolution des primes émises



Source : CGA

Il existe quatre entreprises spécialisées en vie à savoir MAGHREBIA VIE, HAYETT, AMINA et CARTE VIE. Elles ont réalisé en 2012 un chiffre d'affaires de 93,818 MD contre 79,252 MD en 2011, soit une augmentation de 18,38 %.

Tableau 1: La concentration des primes émises des trois premières entreprises

2010		2011		2012	
Entreprise	En %	Entreprise	En %	Entreprise	En %
Maghreb vie		Maghreb vie		Maghreb vie	
Hayett	40.55	Hayett	42.97	Hayett	44.51
Carte vie		Carte vie		Carte vie	

Source : rapport de l' FTUSA 2012

La part des trois premières entreprises dans les émissions totales de la branche vie durant les trois dernières années est passée de 40,55 % en 2010 et de 42,97 % en 2011 à 44,51 % en 2012.

Tableau 2: Les primes émises des entreprises spécialisées

Entreprises	2010	Entreprise	2011	Entreprise	2012
Maghreb vie		Maghreb vie		Maghreb vie	
Hayett	30.92%	Hayett	44.79	Hayett	46.82
Amina		Amina		Amina	
		Carte vie		Carte vie	

Source : rapport de l'FTUSA 2012

La part des primes émises des entreprises spécialisées en assurance vie est passée durant les trois dernières années de 30,92 % en 2010 et de 44,79 % en 2011 à 46,82 % en 2012.

Tableau 3: Nombre de contrats souscrits

	année	Année	Evolution	Année	Evolution
	2011	2012		2013	
Nombre de contrats souscrit	339 952	394 754	2.9%	414 965	18.6%

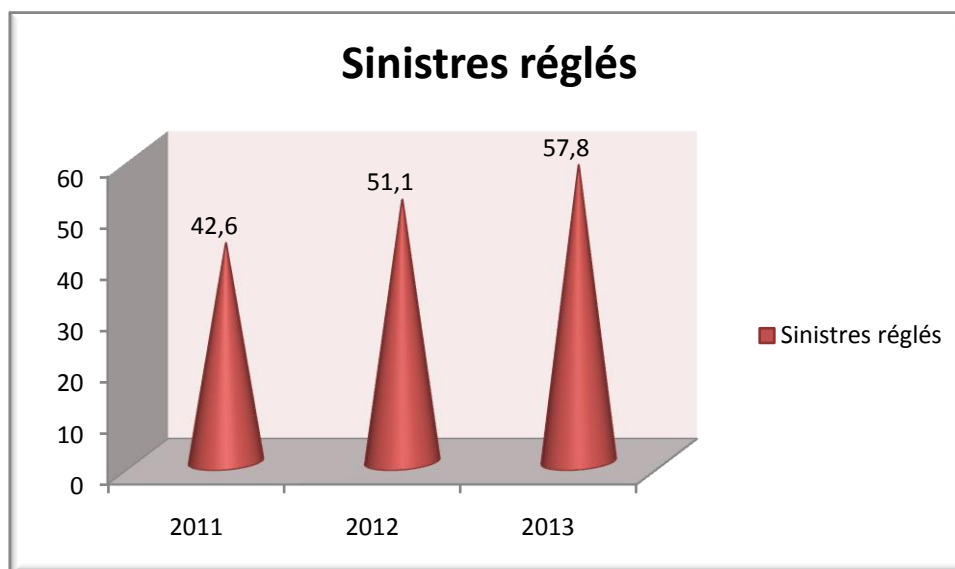
Source : CGA

Selon les données prises du comité général des assurances, CGA, le nombre des contrats souscrits en assurance vie est à l'ordre de 414 965 en 2013 contre 394 754 en 2012 et 339 952 en 2011 enregistrant ainsi une évolution de 18.6 % et de 2.9 % simultanément.

1.3.2. Les sinistres

Selon les données prises du rapport de l'FTUSA 2012, les sinistres réglés en matière d'assurance vie représentent 7,35 % du montant globale des indemnisations payées en 2012 contre 6,17 % en 2011 et 5,76 % en 2010.

Figure 2 : Evolution des sinistres réglés



Source : CGA

Selon les données prises du comité général des assurances, CGA, les sinistres réglés ont atteint le montant de 57,8 MD en 2013 contre 51,1 MD en 2012 et 42,6 MD en 2011 enregistrant ainsi une évolution de 13,11% entre 2013 et 2012 et de 20 % entre 2012 et 2011.

Tableau 4 : Les sinistres payés par entreprise d'assurance vie en DT

	2010	2011	Evolution en %	2012	Evolution en %
Maghreb vie	5 031 574	6 712 446	15,28	9 159 663	17,17
Carte vie	3 332 209	3 936 895	8,96	8 908 787	16,70
Hayett	4 343 508	6 456 334	14,69	6 988 467	13,10
Amina	2 584 328	2 054 845	4,68	1 459 548	2,74

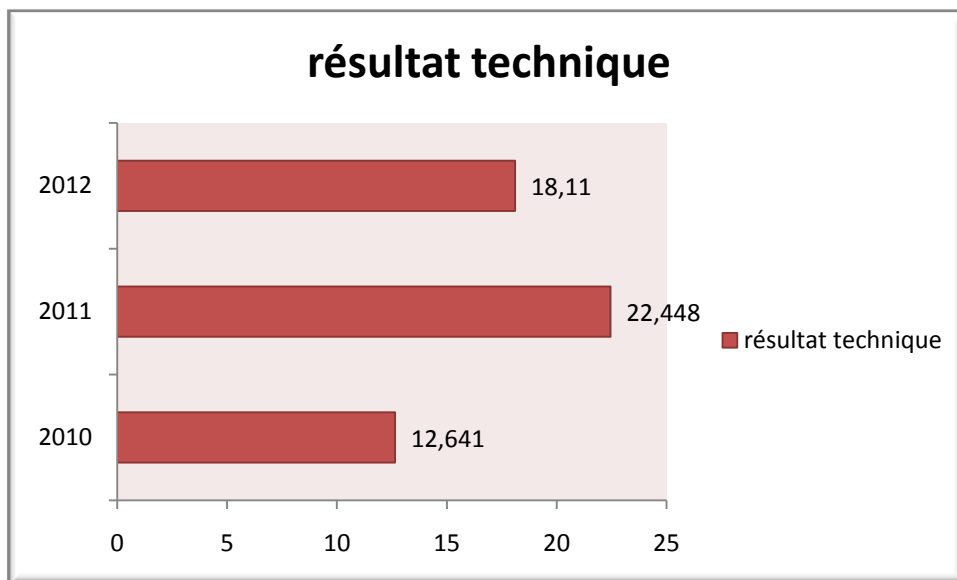
Source : rapport de l'FTUSA 2012

Selon le rapport de l'FTUSA 2012, les compagnies d'assurance MAGHREBIA VIE et CARTE VIE enregistrent une augmentation du montant des sinistres réglés avec une évolution de 17.17 % en 2012 contre 15.28 % en 2011 et de 16.70 % contre 8.96 % simultanément. Par contre, les compagnies d'assurance HAYETT et AMINA enregistrent une légère baisse du montant des sinistres réglés avec une évolution de 13.10 % en 2012 contre 14.69 % en 2011 et de 2.74 % en 2012 contre 4.68 % en 2011 simultanément.

1.3.3. Résultat technique

L'assurance vie présente souvent un résultat technique positif. Ceci montre l'importance de cette branche puisqu'elle dégage des résultats bénéficiaires.

Figure 3: Evolution du résultat technique



Source FTUSA

On remarque que le secteur d'assurance vie en Tunisie enregistre une baisse au niveau du résultat technique en 2012 par rapport 2011. En effet, le résultat technique net est excédentaire de 18.11MD en 2012 contre 22.448 MD en 2011.

Section 2 : Les bases techniques

Les bases techniques d'un contrat d'assurance vie sont : le taux d'intérêt technique permettant d'actualiser les flux financiers générés par le contrat, une table de mortalité pour estimer la probabilité de survie ou de décès des personnes assurées permettant d'évaluer le coût moyen des contrats souscrits par la compagnie, et les montants des chargements qui majorent la prime pure.

Dans ce qui suit, nous aurons intéressé à l'étude des tables de mortalité qui constituent un outil de base pour la tarification des garanties en cas de vie et en cas de décès.

Une table de mortalité ou aussi une table de survie, est un tableau qui décrit la façon dont la mortalité évolue avec l'âge permettant de suivre soigneusement le destin d'une population. Ce tableau, comme il présente Ben Badis. M (2006)⁵, fournit principalement, pour chaque âge x fixé (de 0 jusqu'à un âge extrême), la probabilité de décès q_x ou de survie p_x pour une génération fictive correspondant conventionnellement à 100 000 ou 1 000 000 de naissances selon la racine de la table, le nombre moyen des décès D_x , des survivants S_x et l'espérance de vie.

Selon Frédérique Henge et al (2007)⁶, les tables de mortalité constituent l'outil statistique de premier rang pour les actuaires et elles constituent le référentiel central de toutes les activités d'une compagnie d'assurance. En effet, les opérations d'assurance sur la vie se base sur la durée de la vie humaine d'où la nécessité d'étudier la mortalité des assurés.

2.1. Présentation d'une table de mortalité

2.1.1. Définition

Les premières tables de mortalité furent dressées dès le 17ème siècle. Une table de mortalité est définie par Clement .O (2003)⁷ par un tableau qui contient en considérant une population fermée⁸ :

- L'âge noté par x avec un âge extrême de la table noté par w ;
- Le nombre théorique de survivants à l'âge entier x noté par l_x ;
- Le nombre théorique de décès entre les âges x et $x+1$ noté par d_x .

A travers ces données, différentes notations peuvent avoir lieu comme l'indique Clement .O (2003), Béragère. V-M (2007)⁹, Brouhns. N et Denuit. M (2002)¹⁰ et Planchet. F (2013)¹¹:

⁵ Ben badis. M (2006) « Mortalité d'expérience et impacts sur le solde technique de l'assureur » Septembre 2006.

⁶ Henge.F (2007) « Les tables de mortalité De la réglementation à la modélisation des risques, un tour d'horizon sur l'actualité et les techniques actuarielles » Juin 2007, *Optimind.*

⁷ Clement. O (2003) « Elaboration d'une table d'expérience : comparaison de méthodes de lissage analytique et d'ajustement statistique » *EURIA 2003.*

⁸ Absence d'entrant

⁹ Béragère. V-M (2007) « Comparaison de méthodes d'ajustement de la mortalité des rentiers dans un but prospectif » *mémoire d'actuariat : ISFA Scor Global Life.*

¹⁰ Brouhns. N et Denuit. M (2002) « Risque de longévité et rentes viagères : Evolution de la mortalité en Belgique de 1880 à nos Jours » *BELGIAN ACTUARIAL BULLETIN, Vol. 2, No. 1, 2002.*

¹¹ Planchet. F (2013) « Modèle de durée : table de mortalité » Support de cours 2013-2014 ; ISFA, Version 2.18, Octobre 2013

- ✓ p_x : La probabilité pour qu'un individu d'âge x soit encore en vie à l'âge $x + 1$. Elle se présente par la formule suivante :

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

- ✓ q_x : La probabilité pour qu'un individu d'âge x décède avant d'atteindre l'âge $x + 1$. Elle se présente par la formule suivante :

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

$$\text{Avec } p_x + q_x = 1$$

- ✓ ${}_k p_x$: La probabilité pour qu'un individu d'âge x soit vivant à l'âge $x+k$. Elle se présente par la formule suivante :

$${}_k p_x = \frac{l_{x+k}}{l_x}$$

- ✓ ${}_k q_x$: La probabilité pour qu'un individu d'âge x décède avant d'avoir atteint l'âge $x + k$. Elle se présente par la formule suivante :

$${}_k q_x = \frac{l_x - l_{x+k}}{l_x}$$

- ✓ ${}_{n|t} q_x$: la probabilité pour qu'un individu d'âge x décède entre $x + n$ et $x + n + t$ (il s'agit d'un différé de n années). Elle se présente par la formule suivante :

$${}_{n|t} q_x = \frac{l_{x+n} - l_{x+n+t}}{l_x}$$

- ✓ Quotients de mortalité :

On définit la variable aléatoire positive T qui représente la durée de vie d'un individu de la population de référence. Par ailleurs, la suite de variables aléatoires qui se montre de la manière suivante $\{T_x ; x = 0, 1, 2, 3, \dots\}$ se présente comme la durée de vie résiduelle d'un individu conditionnellement au fait qu'il soit vivant à l'âge x .

La probabilité de survie entre x et $x+t$ se définit alors comme suit :

$${}_t p_x = P(T_x > t) = P(T > x+t \mid T > x)$$

La probabilité de décès entre x et $x+t$ se définit comme suit :

$${}_t q_x = 1 - {}_t p_x = P(T_x \leq t) = P(T \leq x+t \mid T > x)$$

✓ Taux de mortalité :

Le taux de mortalité sur $(x, x+t)$ diffère du quotient de mortalité car le nombre de décès est ramené à un effectif moyen, au lieu de l'effectif initial. Ce taux de mortalité sur $(x, x+t)$, noté ${}_t m_x$, est présenté comme suit :

$${}_t m_x = \frac{t dx}{t L_x}$$

Avec L_x : Le temps restant à vivre aux survivants de la cohorte au-delà de l'âge x

Les taux de mortalité sont mesurés dans l'unité inverse¹² du temps, et comptabilisent des décès par personne exposée au risque et par unité de temps. Par contre, les quotients de mortalité représentent des probabilités (nombres sans dimension toujours compris entre 0 et 1, quelle que soit la longueur de l'intervalle considéré)

✓ Taux instantané de mortalité :

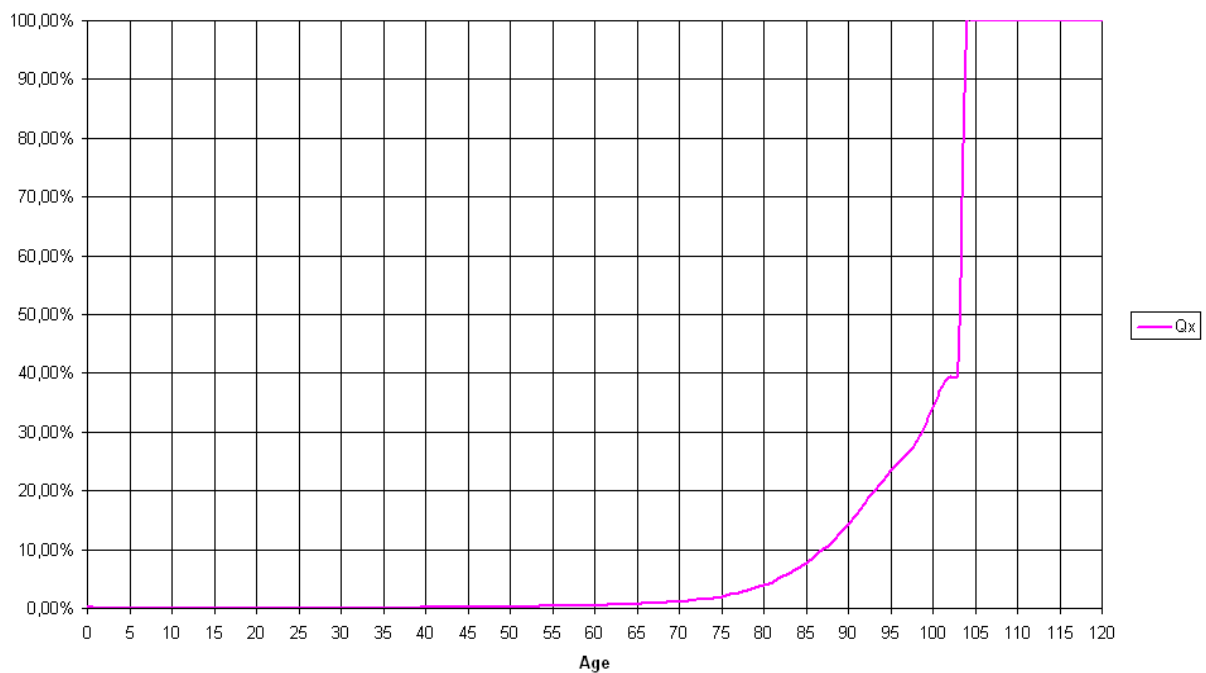
La différence entre les quotients de mortalité et les taux de mortalité mène à la définition de la fonction de hasard appelée « Taux instantané de mortalité ».

¹² Nombre de fois qu'un phénomène périodique se reproduit par unité de mesure du temps

Le taux instantané de mortalité à l'âge $x+t$, noté μ_{x+t} , est défini par Planchet. F (2013)¹³ à partir de la limite suivante:

$$M_{x+t} = \lim_{h \rightarrow 0} h - 1 P(t < Tx \leq t+h : Tx > t) = \frac{1}{tP_x} \frac{\partial}{\partial t} tQ_x$$

Figure 4: Taux instantané de mortalité en fonction de l'âge



Source : INSEE

✓ La fonction de survie :

La fonction de survie $x \rightarrow l_x$ décrit le nombre moyen de survivants d'une cohorte de l_0 individus tous nés à une même date.

En considérant :

l_0 : nombre de nouveaux nés

l_x : nombre moyen de survivants à l'âge x

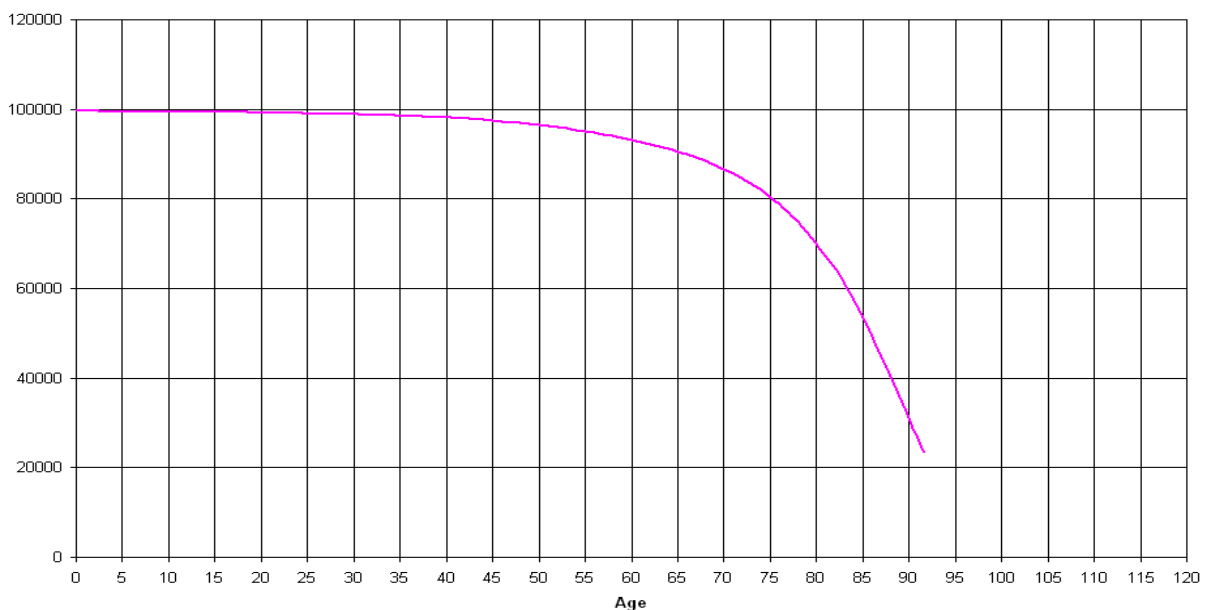
$dx = l_x - l_{x+1}$: le nombre de décès observés parmi les l_x individus âgés de x années

¹³ Op citée

On obtient la formule suivante :

$${}_tq_x = 1 - {}_tp_x = 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x} = \frac{tdx}{l_x}$$

Figure 5: représentation de la fonction de survie : Effectifs de survivants en fonction de l'âge



Source : INSEE

Généralement la compagnie d'assurance utilise, en cas de décès, la table relative à la population masculine et la table relative à la population féminine, en cas de vie.

2.1.2. Les principaux facteurs affectant la mortalité

L'identification des différents facteurs de risque qui ont un impact sur la mortalité s'avère primordiale. Parmi ces facteurs on peut citer, comme Théodore Corfias¹⁴ présente dans son ouvrage « Assurance Vie : technique et produits », l'âge, le sexe, la catégorie socioprofessionnelle, le tabac et le pays.

¹⁴ Corfias. T « Assurance Vie : technique et produits » L'ARGUS éditions, 104268 décembre 2010, 2^{ème} édition

- ✓ **L'âge** : c'est un facteur indispensable dans la tarification des contrats d'assurance vie. L'observation des statistiques démographique montre que le taux annuel de mortalité diminue durant les premières années de la vie humaine et ensuite il augmente d'une façon continue.
- ✓ **Le sexe** : il est remarquable que la mortalité des femmes se montre inférieure à celle des hommes. Par ailleurs, les statistiques se diffèrent selon le sexe. Les démographes remarquent que la mortalité des hommes s'élève à plus du double de celle des femmes.
- ✓ **La catégorie socioprofessionnelle** : l'espérance de vie diffère selon le niveau de vie et la nature de la profession. Ainsi, les assureurs considèrent que la catégorie socioprofessionnelle a un rôle déterminant dans la tarification. En effet, elle est parmi les variables d'appréciation du risque.
- ✓ **Le tabac** : il est évident que la consommation régulière, durant une longue période, de tabac augmente le risque de mortalité. Les démographes montrent qu'entre l'âge de 30 ans et de 60 ans, la mortalité des fumeurs est le double de celle des non fumeurs. En effet, cette consommation impacte négativement l'espérance de vie d'une manière remarquable puisque l'espérance de vie des fumeurs est inférieur de plusieurs années à celle des non fumeurs.
- ✓ **Le pays** : les tables de mortalité se diffèrent d'un pays à l'autre. La comparaison entre les différentes tables montre une différence parfois minime et parfois importante, selon la similarité du niveau de vie. Par ailleurs, lorsque la Tunisie fait recours aux tables de mortalité françaises, elle les utilise avec un abattement.

2.2. Les types des tables de mortalité

D'un point de vue technique, il existe généralement, comme il présente Planchet. F (2013)¹⁵, Ben Badis. M (2006)¹⁶, Henge. F et al (2007)¹⁷ et Clement. O (2003)¹⁸ deux types de tables de mortalité à savoir les tables transversales ou « tables du moment » et les tables prospectives ou « table de génération » intégrant l'aspect dynamique de la mortalité. En ce qui concerne le domaine de l'assurance vie, on distingue les tables réglementaires, les tables d'expérience et les tables prospectives.

¹⁵ Op cité

¹⁶ Op cité

¹⁷ Op cité

¹⁸ Op cité

2.2.1. Les tables de moment

Les tables de moment suivent une perspective transversale. En effet, le démographe mesure la mortalité au cours d'une période, l'année par exemple, pour cela il considère les décès qui se produisent, durant cette année, à tous les âges. Henge. F et al (2007) les considèrent comme des tables de mortalité statiques, périodiques ou instantanées qui caractérisent la mortalité de la population actuelle dans sa globalité. Ainsi, une même probabilité de décès est appliquée quelle que soit la génération de la personne assurée, qui peut être identique pour toute la population ou segmentée suivant des variables influençant de manière significative le risque de décès (Homme/Femme, Fumeur/Non Fumeur, type de contrat).

2.2.2. Les tables de génération

Les tables de génération suivent une perspective longitudinale. En effet, le démographe mesure la mortalité d'un groupe d'individus nés dans une même année tout au long de leur existence, ou durant une même période. Selon Henge. F et al (2007), ces tables sont des tables bidimensionnelles : deux variables expliquent le décès, à la fois l'âge de l'assuré mais aussi le temps. Les probabilités de survenance du risque de mortalité intègrent les évolutions potentielles de la mortalité avec le temps (recul de la mortalité, phénomène de longévité).

2.2.3. Les tables réglementaires

Les tables réglementaires sont des tables officielles imposées par les autorités réglementaires émanent des statistiques relatives à la population en globalité. En Tunisie, les compagnies d'assurance utilisent ces tables lors de la tarification et du provisionnement. En effet, la réglementation en vigueur impose l'utilisation des tables officielles, en cas de décès (TD 99), en cas de vie (TV 99) et de génération (TGN 99), ceci à partir du premier janvier 2009.

- ✓ **Les tables TD** : l'origine de ces tables est la population masculine. Elle permet la tarification et le provisionnement des contrats d'assurance en cas de décès. Il existe une différence entre la mortalité d'un ensemble d'assurés d'une compagnie d'assurance et l'ensemble de la population réside de l'amélioration de la longévité

depuis la date de l'établissement de la table et de la meilleure longévité de la population assurée par le phénomène de sélection de l'assuré lors de la souscription. Ainsi, cette différence mène à une tarification au-delà du raisonnable ce qui est à l'encontre de la concurrence puisque le bénéfice de risque est étroitement lié à la politique de souscription suivie par l'assureur et notamment à sa compétence en matière de sélection médicale, de détection et de tarification des risques aggravés. En plus, l'utilisation d'une même table par plusieurs assureurs ne permet pas d'obtenir les mêmes résultats, ceux-ci pouvant être très variables puisque l'engagement porte sur des règlements de capitaux en cas de décès où les dates de paiement sont aléatoires car elles sont synchronisées avec la date du décès.

- ✓ **Les tables TV** : l'origine de ces tables est la population féminine. Elle permet la tarification et le provisionnement des engagements en cas de vie. La différence entre la mortalité d'un ensemble d'assurés d'une compagnie d'assurance et l'ensemble de la population citée ci-dessus fonctionne contre l'assureur vue l'amélioration de l'espérance de vie et l'auto sélection de l'assuré en cas de vie.

Note : en Tunisie l'espérance de vie évolue de 72.9 en 2001 à 74.9 en 2011

Tableau 5: Espérance de vie à la naissance par genre

Année	2001	2002	2002	2003	2004	2005	...	2008	2009	2010	2011
Masculin	70.8	71.0	71.1	71.1	71.4	71.9	...	72.4	72.5	72.7	72.9
Féminin	75.0	75.1	75.1	75.1	75.3	75.5	...	76.3	76.5	76.6	76.9
Ensemble	72.9	73.0	73.0	73.1	73.4	73.5	...	74.3	74.5	74.7	74.9

Source : Institut National de la Statistique (INS)

- ✓ **La table de génération TGEN** : l'origine de cette table est la population féminine. Elle estime les progrès de longévité que bénéficient les assurés d'une société d'assurance car elle permet de tenir compte de l'évolution futur de la mortalité. Elle est utilisée pour la tarification et le provisionnement des rentes viagères.

2.2.4. Les tables d'expérience

La compagnie d'assurance peut construire une table de mortalité d'expérience à partir de ses propres données afin de remédier les contraintes issues de l'utilisation des tables réglementaire. Ces tables de mortalité peuvent présenter l'inconvénient que la population de référence est relativement restreinte, et que, aussi, les fluctuations observées quant à la mortalité peuvent être importantes. Le code des assurances tunisiennes n'a pas encore défini la table d'expérience qui demeure non utilisable au niveau des sociétés d'assurance tunisiennes. Cependant le code des assurances français les définit dans l'article A 335-1 comme étant « *des tables établies par l'entreprise d'assurance et certifiées par un actuair indépendant de cette entreprise, agréé à cet effet par l'une des associations d'actuaire reconnues par la commission de contrôle des assurances* ».

A partir de la réforme technique de 1993, les sociétés d'assurances françaises sont autorisées à utiliser les tables d'expérience qui devraient être certifiées par un actuair indépendant de l'entreprise d'assurance et agréé par l'une des associations d'actuaire reconnues par l'autorité de contrôle prudentiel.

Vu la discordance des facteurs de la mortalité, la table d'expérience représente un outil pour mieux modéliser le risque et déterminer par la suite la prime pure pour les contrats en cas de vie et en cas de décès tout en se basant sur une étude précise de la population assuré de la compagnie en question. Frédérique Henge et al (2007) signalent que les assureurs ont tout intérêt à adopter ce type de tables, car ils peuvent mieux évaluer le risque de mortalité inhérent à leur portefeuille, et prendre en compte le phénomène d'anti sélection. La connaissance du portefeuille constitue d'ailleurs un point clé dans le processus de gestion et de la maîtrise des risques d'entreprise : un pilotage performant va de pair avec une bonne perception du profil de risque, comme le suggèrent les évolutions actuelles du monde de l'assurance (normes IFRS et projet Solvabilité 2). Selon Jowel Winter¹⁹, il est primordiale actuellement de faire appel aux tables d'expérience pour suivre les risques vie comme celui du décès et de même prendre en compte l'arrêt de travail dans de bonnes conditions, dès lors où il est peu rationaliste de souhaiter compenser des pertes techniques par des produits financiers. Il indique aussi que « *L'usage de telles tables fournit, en particulier, une aide précieuse pour le pilotage des risques associés aux grands comptes "entreprise" en*

¹⁹ Winter. J « Pourquoi utiliser des tables d'expérience » *Cabinet Joël WINTER & Associés -Actuaire*

permettant de justifier, sur des bases incontestables, les particularités du groupe concerné en termes de tarif et de provisionnement, posant ainsi les bases d'une relation pérenne avec l'entreprise. »

2.2.5. Les tables prospectives

L'intérêt des tables prospectives est celui de tenir compte des évolutions à venir de la mortalité. En effet, selon Planchet. F (2005)²⁰, l'approche prospective intègre dans le futur les facteurs de progrès médicaux.

L'article A 335-1 du code des assurances français prévoit des conditions spécifiques au niveau des contrats de rentes viagères où les primes et les provisions ne peuvent en aucun cas être inférieures à celui résultant de l'utilisation de la table réglementaire.

Les tables prospectives tiennent compte à la fois de l'âge et du temps (par contre les tables de moment ne prennent pas en considération l'évolution de la mortalité dans le temps). En effet, Emile. A et Yassi. D G (2009)²¹ indique que la loi de mortalité du groupe étudié est caractérisée par un modèle bidimensionnel. Les données disponibles doivent donc être plus détaillées. En fait, il est primordial de connaître le nombre de décès observés parmi les assurés pour différents âges et différentes années (ou suivant différentes générations). De même, l'ajustement des taux de mortalité passés doit être projeté dans le futur afin d'être pris en considération dans la modélisation de l'évolution potentielle de la mortalité au cours du temps. Ces tables sont obtenues sur la base de la mortalité de la population féminine puisqu'elles possèdent une espérance de vie meilleure que celle des hommes.

Frédéric Planchet et all (2009)²², sur les données INED²³, affirme les résultats des études de Currie et all (2004)²⁴ qui font apparaître que l'évolution du taux instantané de mortalité présente, aux différents âges, des variations erratiques autour de la tendance qui se

²⁰ Planchet. F (2005) « Tables de mortalité d'expérience pour des portefeuilles de rentiers » *note méthodologique, version 1.0, octobre 2005 ; Institut des actuaires.*

²¹ Emile. A et Yassi. D G (2009) « Prise en compte des risques démographiques extrêmes dans l'élaboration d'une table de mortalité » *ENSEA Abidjan - Ingénieur Statisticien Economiste 2009.*

²² Op cité

²³ Institut National des Etudes Démographiques

²⁴ Currie et al (2004) « Smoothing and forecasting mortality rates » *Statistical Modelling, 4, 279–298.*

dégage, variations non expliquées par les fluctuations d'échantillonnage. Ainsi, ils concluent que ces fluctuations des taux de décès affectent de manière systématique l'ensemble des individus ayant un même âge fixé et ne se mutualisent pas. Ces variables entraînent donc un risque potentiellement important à un régime de rentes dont l'équilibre technique est basé sur la mutualisation du risque de survie dans le groupe.

Afin de combler ces problèmes, les compagnies d'assurances peuvent faire recours aux tables de mortalité prospectives car elles permettent de suivre l'évolution future de la mortalité en déterminant pour chaque génération la probabilité de décéder au cours d'une certaine année. Par ailleurs, les taux de mortalité ne dépendent pas seulement de l'âge mais encore de la date de naissance (le temps).

CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons mis l'accent sur la notion de l'assurance vie ainsi que les récentes évolutions de ce secteur en Tunisie. Par ailleurs, nous avons présenté la définition de la table de mortalité qui est parmi les bases techniques de tous les produits d'assurance vie afin de déterminer le montant des tarifs et des provisions.

L'intérêt de cette étude est d'extraire l'importance de l'assurance vie dans la croissance de l'économie et ainsi la nécessité d'améliorer les techniques de ce secteur afin de le développer d'avantage sur le plan national. Certes la branche d'assurance vie présente divers risques dont le risque financier qui s'avère d'une grande importance, mais le risque de mortalité et de longévité doit être considéré avec forte prudence de la part de l'assureur prestataire du service.

Dans cette étude et dans les chapitres qui suivent nous allons étaler notre recherche sur l'analyse et les mesures de risques liés à la mortalité ainsi que l'impact de l'expérience de l'entreprise d'assurance sur le solde technique.

Chapitre 2 : Construction d'une table d'expérience et impact de l'expérience sur le solde technique : Revue de la littérature

INTRODUCTION

Le principal souci de l'autorité de contrôle est de sécuriser les assurés. Par ailleurs, elle impose aux compagnies d'assurance des bases techniques suffisamment prudentes pour préserver les assurés de toute insolvabilité de ces compagnies. Cependant, en ce qui concerne l'assurance vie, il existe des écarts sensibles entre la mortalité d'expérience, ayant comme référence la population assurées de chaque compagnie d'assurance, et celle décrite par les tables de mortalité officielles. Ces écarts ne reflètent pas toujours des mesures de sécurité mais encore ils peuvent avoir des effets négatifs sur le développement du secteur des assurances.

Dans ce chapitre, nous allons nous référer à la revue de la littérature afin de présenter dans un premier lieu la démarche de construction d'une table d'expérience pour le risque de décès essentiellement l'estimation et l'ajustement des taux de mortalité et de détecter, dans un deuxième lieu, les différents impacts de l'expérience sur la performance des compagnies d'assurance en matière de tarification et de provisionnement.

Section 1 : Construction d'une table d'expérience : estimation et lissage des taux de mortalité

La démarche de construction d'une table d'expérience comporte plusieurs étapes à savoir :

- Le traitement et la validation des données avec la justification du contexte d'analyse ;
- Estimation des taux annuels bruts de décès ;
- Lissage des taux annuels bruts de décès ;
- Validation de la table construite.

Le choix du modèle retenu pour "estimer" la table d'expérience constitue une étape importante dans le processus de l'élaboration d'une telle table comme l'indique Winter. J²⁵.

Dans cette section nous aurons mettre l'accent sur l'estimation et le lissage des taux de mortalité. Cependant, il faudrait signaler que pour mener à bien une étude de mortalité, un travail de préparation et de nettoyage des données tout en procédant à une analyse descriptive de la population étudiée et à une vérification de son homogénéité s'avère d'une importance capitale. De plus, la mise en évidence de certaines variables explicatives de la mortalité permettent d'effectuer une segmentation comme l'indiquent Henge. F et al (2007)²⁶ a un intérêt primordial afin d'avoir des résultats précis et de bonne qualité.

1.1. Estimation des taux de mortalité

Dans notre étude, nous opterons pour l'élaboration d'une table d'expérience pour un portefeuille avec une garantie de décès. Pour cela nous avons besoin d'estimer le taux annuel de décès noté par qx . Selon Henge. F et al²⁷ (2007), Ben Badis. M (2006)²⁸ et la commission d'agrément de l'institut des actuaires français, l'estimation des taux annuels bruts de décès consiste à utiliser que les individus observés vivant sur une partie ou sur la totalité de leur $x + 1^{\text{ème}}$ année. En effet, les observations relatives aux âges voisins, qu'elles proviennent des

²⁵ Winter. J « Pourquoi utiliser des tables d'expérience ? » *Cabinet Joël WINTER & Associés –Actuaires ;* <http://www.jwa.fr>

²⁶ Henge. F et al (2007) « les tables de mortalité : de la réglementation à la modélisation des risques, un tour d'horizon sur l'actualité et les techniques actuarielles » *société Optimind, 75 bd Haussmann, 75008 Paris ; Juin 2007.*

²⁷ Op cité

²⁸ Ben Badis. M (2006) « Mortalité d'expérience et impacts sur le solde technique de l'assureur » *Septembre 2006*

mêmes individus ou des individus différents, ne sont pas prises en considération pour qu'on parle d'estimation brute de taux de mortalité annuel q_x . Par contre les estimations lissées prennent en compte un ensemble d'informations relatives à une plage d'âges. De plus, il est primordial de procéder à une hypothèse telle que sur l'intervalle d'âge $[x, x + 1]$, tous les décès sont indépendants et que tous les individus de la population d'étude ont la même probabilité de décéder dans leur $x+1^{\text{ème}}$ année.

Le problème réside dans la présence de données tronquées ou censurées. En effet, les individus ne sont pas tous observables sur la totalité de la plage d'âge $[x, x+1]$ et on procède, alors, à une observation partielle. Ainsi, le modèle binomial classique n'est plus applicable et on devrait faire recours à des méthodes particulières d'estimation.

1.1.1. Les données incomplètes

Le traitement des données lors de la construction d'une table d'expérience devra se faire tout en prenant en considération que les individus de la population d'étude à chaque âge ne sont observables que partiellement pour les raisons suivant :

- L'individu a déjà entamé son $x^{\text{ième}}$ anniversaire avant le début de la période d'observation. Il rentre donc sous l'observation entre les âges x et $x + 1$. Ceci est défini par une donnée tronquée à gauche.
- Le $x+1^{\text{ième}}$ anniversaire de l'individu, qu'il soit décédé ou vivant, n'est pas observable puisqu'il est postérieur à la date de fin d'observation. Alors si à la fin de l'expérience on constate que l'individu est vivant on parle d'une donnée censurée à droite.

On remarque de ce qui précède que les âges au début et à la fin d'observation sont connus avec exactitude et seule la date de décès qui reste aléatoire. Un autre cas devrait être ajouté si l'individu, pour une cause non calendaire comme la résiliation du contrat ou perte d'information, sort du champ d'observation vivant à un âge imprévisible et inférieur à l'âge $x + 1$. Ce cas de figure est défini par une observation censurée à droite à âge imprévisible a priori.

1.1.2. Notations et identification des différentes observations

Selon les lignes directrices de mortalité de la Commission d'Agrément²⁹, on rappelle les notations suivantes :

- $x + a_i$, l'âge de début d'observation de l'individu i sur la plage $[x; x + 1[$;
- $x + b_i$, l'âge qu'aurait l'individu i en fin d'observation s'il ne décédait pas et s'il ne sortait pas de manière imprévisible de l'étude ;


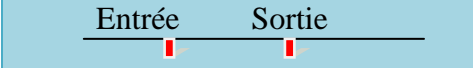



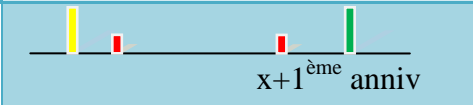
$$0 \leq a_i \leq b_i \leq 1$$

- $x + T_i$, la variable aléatoire "âge de l'individu i à sa sortie de l'observation".
- D_i la variable aléatoire de bernouilli indicatrice de décès de l'individu i
 - $D_i = 0$ s'il n'y a pas décès au cours de la période d'observation
 - $D_i = 1$ s'il y a décès au cours de la période d'observation



- D_x représente le nombre total des décès dans la population.

$$D_x = \sum_{i=1 \dots N_x} D_i$$

Dans ce qui suit, nous allons illustrer les différents types d'observation qui peuvent être manifestés lors de l'analyse de la mortalité sur un portefeuille de garantie décès sous forme d'un tableau.

Observations	Image 	a_i	b_i	Réalisation t_i de T_i	Cause de sortie	D_i
complète et non décès		0	1	1	observé	0
complète et décès		0	1	<1	Décès	1
tronquée à gauche et non décès		>0	1	1	observé	0
tronquée à gauche et décès		>0	1	<1	décès	1
tronquée à gauche et censurée à droite		>0	<1	$t_i = b_i$	observé	0

²⁹ Lignes directrices mortalité de la commission d'agrément insérée en tant que recommandation dans les règles professionnelles de l'Institut par le Conseil d'Administration du 20 juin 2006

censurée à droite		0	<1	$t_i = b_i$	observé	0
potentiellement partielle et décès		0	<1	$t_i < b_i$	décès	1
censurée à droite à âge imprévisible		0	1	<1	autre	0
censurée à droite à âge imprévisible		0	<1	$t_i < b_i$	autre	0

1.1.3. Estimation dans le cas de données incomplètes

Dans le cas où les observations sont complètes et si aucune sortie inattendue n'est possible, l'estimation de q_x relèverait du modèle binomial classique. Dans ce modèle, on peut calculer q_x par l'équation suivante $q_x = \frac{D_x}{N_x}$. Ce dernier est à la fois l'estimateur du maximum de vraisemblance et celui de la méthode des moments comme il a été indiqué par l'institut des actuaires français³⁰. Les extensions de l'estimateur aux données incomplètes peuvent être classées en deux familles à savoir :

- Utilisation que de l'information relative au décès (on peut parler alors d'approche de type Bernoulli).
- Utilisation de l'âge à la survenance de l'éventuel décès.

Concernant les estimateurs de type Bernoulli, l'utilisation de données incomplètes conduit, quelque soit la méthode utilisée, classique ou paramétrique, à introduire une hypothèse de répartition des décès sur la plage d'âges $[x, x+1]$.

Concernant les estimateurs qui prennent en considération la connaissance exacte des âges au décès, la méthode utilisée est celle de l'estimateur de Kaplan Meier. De plus, la méthode du maximum de vraisemblance demande elle aussi une hypothèse de répartition des décès sur la plage d'âges $[x, x+1]$.

Clement. O (2003)³¹ part de l'hypothèse de ne connaître que l'âge de décès des assurés dans la population observée, en vue de mettre à jour la table de décès utilisée pour le

³⁰ Op cité

³¹ Clement. O (2003) « Elaboration d'une table d'expérience : comparaison de méthodes de lissage analytique et d'ajustement statistique », *EURIA Promotion 2003*

calcul des rentes. En fait, l'étude porte sur une population d'effectif N_x dans l'intervalle $[x, x+1]$ où l'on observe D_x décès et $N_x - D_x$ survivants à l'âge $x + 1$.

Chaque individu (i) de la population étudiée présente un indicateur X_i prenant à la fin de l'observation la valeur 1 si la personne décède et 0 si la personne survit alors :

$$X_i = \begin{cases} X_i = 1 & \text{si décès} \\ X_i = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

X_i suit une loi de Bernouilli de paramètre q_x .

En suivant l'hypothèse d'indépendance des X_i (le décès ou la survie d'une personne ne dépend pas de ceux d'une autre), on peut écrire $D_x = \sum_{i=1}^{N_x} X_i$. Ainsi, cette dernière suit une loi binomiale (N_x, q_x).

La fonction de vraisemblance est simplement la probabilité binomiale de l'échantillon.

1.1.4. Méthode de Kaplan Meier

La présence de données tronquées ou censurées qui sont liées à une observation partielle nécessite des méthodes particulières d'estimation, comme la méthode de Kaplan Meier (1958). Cette méthode était proposée par E. Kaplan et P. Meier qui ont publié en mois de Juin 1958 un article dans « The Journal of the American Statistical Association » intitulé « *Non Parametric estimation from incomplete observations* ».

La méthode Kaplan Meier repose, selon Ben Badis. M (2006) sur « être en vie après l'instant t , c'est être en vie juste avant t et ne pas mourir à l'instant t . »

Dans le cas des observations complètes, la fréquence des survivants est présentée par $\frac{N_x - D_x}{N_x}$ et l'estimateur de taux annuel de décès q_x est présenté par $\frac{D_x}{N_x}$. Cette dernière estimation reste alors inchangée et cette approche ne rajoute rien au modèle binomial.

En présence de données incomplètes, l'extension naturelle de la fonction de survie empirique permet de proposer une estimation du taux q_x sans faire aucune hypothèse sur la loi de répartition des décès sur $[x, x+1]$.

Kaplan et Meier ont proposé deux sortes de fonctions : la fonction d'exposition au risque et la fonction de survie notée S_{KM} .

La fonction d'exposition au risque détermine, pour un âge donné, le nombre des individus exposés au risque de décès à l'âge $x+t$ et sous observation. Un individu entrant ou sortant par censure en t est considéré comme exposé au risque de décès.

D'après l'institut des actuaires français³², la fonction d'exposition au risque s'écrit comme suit :

$$\text{Expo}(t) = \sum_{i=1 \dots N_x} 1_{ai \leq t} - \sum_{i=1 \dots N_x} 1_{si \leq t}$$

Ainsi, la fonction de survie s'écrit pour tout âge $x + t$:

$$S_{KM}(t+) = S_{KM}(t-) * \left(1 - \frac{n(t)}{\text{Expo}(t)}\right)$$

Avec :

- $n(t)$ représente le nombre de décès observés à l'âge $x+t$ (en général $n(t)$ est égal à 1).
 - $S_{KM}(0) = 1$
 - Sur l'intervalle $(a; b)$, c'est à dire, entre les âges $x + a$ et $x + b$, si on n'observe pas d'âge au décès, la fonction de survie de Kaplan Meier reste constante.
- L'estimateur de q_x s'obtient, ainsi, par la relation suivante :

$$\widehat{q_{KM}}(t) = 1 - S_{KM}(t)$$

Selon les actuaires, la fonction de survie Kaplan Meier présente de nombreux avantages à savoir :

- Pas d'hypothèse a priori sur la répartition des décès sur $[x, x+1]$;
- Facilité de programmation ;
- Possibilité d'obtention d'intervalles de confiance ;
- Possibilité, si les capacités informatiques le permettent, de traiter simultanément l'ensemble de la population et d'obtenir ainsi les estimations des q_x pour tous les âges x sans avoir faire le traitement pour chaque âge x de la population.

³² Op cité

1.1.5. Méthode par taux de hasard constant

Pour un assuré d'âge x vivant au temps t , nous définissons le taux de hasard par la probabilité de décéder entre t et $t + \Delta t$, Viville. MB³³:

$$\mu_x(t) = \frac{d}{dt} {}_tq_x$$

Le taux de hasard est une constante μ sur chaque intervalle dans l'année. Donc la probabilité de survie sur un intervalle $[a; b]$ est donnée par :

$${}_{(b-a)}p_x = \exp^{-\mu x (b-a)}$$

Nous concluons ainsi la probabilité de décès qui s'écrit :

$${}_{(b-a)}q_x = 1 - {}_{(b-a)}p_x = 1 - \exp^{-\mu x (b-a)}$$

La probabilité de décès annuelle est donc :

$$q_x = 1 - \exp^{-\mu x}$$

En utilisant le modèle taux de hasard constant avec estimateur maximum de vraisemblance tout en prendre en compte des âges au décès, l'estimateur prend une forme explicite.

En suivant l'article « Lignes Directives Mortalité » de la commission d'agrément de l'institut des actuaires³⁴, on suppose que les individus qui ont survécu à la fin de l'intervalle $[a_s; b_s]$ sont définis par s et les individus qui décèdent à la fin de l'intervalle $[a_d; b_d]$ sont définis par d . La fonction de vraisemblance s'écrit ainsi comme suit :

$$L = \prod_s \exp^{-\mu (b_s - a_s)} \prod_d (1 - \exp^{-\mu (b_d - a_d)})$$

En passant au logarithme, nous retrouvons la fonction log vraisemblance suivante :

$$l = \sum_s -\mu (b_s - a_s) + \sum_d \log(1 - \exp^{-\mu (b_d - a_d)})$$

Une solution approchée peut être tirée qui est supérieure à la solution exacte :

$$\hat{\mu} \sim \frac{Dx}{\sum_{i=1 \dots Nx} (1 - D_i)(t_i - a_i)}$$

³³ Viville. MB « Comparaison de méthodes d'ajustement de la mortalité des rentiers dans un but prospectif » *mémoire d'actuariat. ISFA Scor Global Life.*

³⁴ Op cité

$$\hat{q}_x = 1 - \exp^{-\hat{\mu}}$$

1.2. Lissage des taux annuels de mortalité

L'estimation des taux annuels de décès à chaque âge peut conduire à une courbe de mortalité de forme assez irrégulière. Cette irrégularité est due essentiellement aux erreurs d'échantillonnage qui fait biaiser la réalité. Henge. F et al(2007)³⁵, affirment ce qui précède « *Les taux annuels bruts de décès présentent en général des irrégularités en rapport avec les fluctuations d'échantillonnage. Il est donc nécessaire de lisser ces taux afin d'obtenir une courbe de mortalité qui progresse graduellement avec l'âge.* »

L'utilité du lissage est donc, comme Viville. MB³⁶ déclare, « *de pouvoir procéder à une analyse sans le bruit causé par les données brutes et de détecter plus facilement la structure et les évolutions de la mortalité inobservables directement sur les données brutes.* »

Dans ce contexte, il existe différentes techniques pour avoir des estimations lissées des taux de décès et par la suite construire une table de mortalité :

- les modèles paramétriques ;
- les lissages paramétriques ;
- les lissages non paramétriques ;
- les modèles relationnels.

Dans le cas de petit échantillon, les modélisations paramétriques ou relationnelles sont à favoriser. En effet, elles permettent d'extrapoler facilement l'estimation des taux de mortalité à des âges sans faire recours à l'observation ou aussi sans avoir pu contribuer à l'ajustement faute d'informations suffisantes.

En utilisant le modèle paramétrique, la forme de la courbe de mortalité est posée sous forme d'hypothèses pour, par la suite, être confirmée à travers une fonction mathématique exprimant le taux de mortalité en fonction de l'âge. En fait, la fonction mathématique doit

³⁵ Op cité

³⁶ Op cité

permettre de prendre en considération des caractéristiques fondamentales et significatives des courbes de mortalité.

Les méthodes de lissage sont utilisées dans le cas de données importantes. Elles (paramétriques ou non-paramétriques) permettent un ajustement assez fidèle aux données d'expérience. En fait, elles n'utilisent pas l'hypothèse que la courbe de mortalité a une forme connue d'avance et, ainsi, il n'est pas attendu d'avoir une estimation des taux de mortalité en dehors de la plage de lissage malgré qu'elles restent proches des taux bruts comme le signalent Kamega. A (2006) et Henge. F et al (2007). De plus, puisque les taux de mortalité ne sont pas représentés en partant d'une fonction mathématique, une extrapolation est par nature impossible pour les méthodes de lissages non-paramétriques.

Les modèles relationnels partent du même principe que la modélisation paramétrique. En fait, les modélisations paramétriques et les modèles relationnels permettent d'estimer les taux de mortalité même en dehors des plages d'âge d'expérience. Les modèles relationnels se différencient par le fait que le taux de mortalité est présenté en fonction du taux de mortalité donné par une autre table et non pas en fonction de l'âge. Ainsi, une table de mortalité connue est prise comme référence et il est supposé que l'on peut, à l'aide d'une fonction comprenant un petit nombre de paramètres, transformer cette table de mortalité de référence pour obtenir celle de la population étudiée³⁷.

Les modélisations paramétriques et les méthodes relationnelles présentent un risque de modèle. Ainsi, les actuaires recommandent le commencement par une analyse graphique des taux bruts de mortalité avant de choisir un modèle paramétrique ou relationnel. Dans le cas où il y a beaucoup de fluctuations dans les estimations brutes, il est préférable d'opter pour un lissage non-paramétrique préalablement à l'analyse graphique.

1.2.1. La modélisation paramétrique

Les modèles paramétriques se basent sur une fonction mathématique. Ainsi comme précise Saint Pierre. F (2014)³⁸ « le modèle paramétrique peut être formulé en précisant la

³⁷ Op cité

³⁸ Saint Pierre. F (2014) « Introduction à l'analyse des durées de survie » *Université Pierre et Marie Curie ; Février 2014.*

forme de l'une ou l'autre des cinq fonctions équivalentes qui définissent la loi de la durée : λ ; A ; f ; S ou F . ».

Comme nous avons déjà cité, l'avantage des modèles paramétriques est la possibilité d'étaler, lors de la construction, l'estimation des taux de mortalité aux âges situés en dehors de la plage d'observation à condition qu'on ait justifié que la fonction choisie était bien adaptée à la plage d'âge d'expérience à travers les tests d'adéquation. Cependant, les modèles paramétriques ne permettent pas toujours un ajustement très fidèle aux données brutes.

D'après les actuaires, il faudrait veiller au nombre de paramètres existant dans le modèle parce que un nombre élevé de paramètres peut affecter la robustesse du modèle. Ceci est affirmé par Henge. F et al (2007)³⁹ « *Il s'agit de rapprocher les taux de mortalité à une certaine loi connue mais dont les paramètres sont inconnus et à les estimer sur la base des observations disponibles. Plus le nombre de paramètres à estimer est grand, moins le modèle sera robuste.* »

Plusieurs modèles ont déjà fait leurs études dans ce contexte, tels que : la loi de Gompertz (1825), la loi de Makeham (1960), la loi de Weibull (1951) ou la loi logistique.

❖ La loi de Gompertz

Gompertz (1825) a proposé un modèle paramétrique simple qui traduit la tendance observée illustrant que le taux instantané de mortalité augmente d'une manière quasi-exponentielle avec l'âge.

Le modèle de Gompertz comporte deux paramètres. Il s'écrit comme suit :

$$\mu_x = B C^x$$

Avec :

- $B > 0, C > 1$
- B varie en fonction du niveau de mortalité ;
- C mesure l'augmentation du risque de décès avec l'âge.

³⁹ Op cité

La loi de Gompertz peut permettre de modéliser la courbe de mortalité au-delà de 30 ans environ. Toutefois, elle tend à sous-estimer la mortalité avant 40 ans et à la surestimer au-delà de 80 ans⁴⁰.

❖ La loi de Makeham (1960)

Makeham (1960) vient pour améliorer la loi de Gompertz. En effet, il ajoute un paramètre au niveau du modèle. Ce nouveau paramètre prend en considération la mortalité environnementale (mortalité extérieure à l'individu) indépendamment de l'âge.

La formule de Makeham résout le problème de sous-estimation de la mortalité avant 40 ans mais le problème de la surestimation du risque aux âges supérieur à 80 ans demeure non résolu.

L'hypothèse fondamentale de Makeham est que le taux instantané de mortalité à partir d'un certain âge s'exprime par⁴¹ :

$$\mu_x = A + B C^x$$

Avec :

A : en relation avec la mortalité accidentelle. Il peut être négatif.

B C^x : en relation avec le vieillissement.

Partant de la formule initiale, le taux annuel de survie à l'âge x correspond à :

$$\ln(p_x) = \ln(1 - q_x) = -a - b \frac{c-1}{\ln(c)} * c^x$$

Lorsqu'on dispose d'un ensemble de taux annuels de mortalité entre les âges x_{inf} et x_{sup} , la fonction de vraisemblance associée est :

$$V = \sum_{x_{inf}}^{x_{sup}} (q_x)^{D_x} (p_x)^{(N_x - D_x)}$$

La formule du taux annuel de survie à l'âge x, sous l'hypothèse de Makeham se simplifie par :

$$\ln(p_x) = -A - \beta e^{\gamma x}$$

Avec $\beta = b \frac{c-1}{\ln(c)}$ et $\gamma = \ln(c)$

⁴⁰ Op cité

⁴¹ « Théorie et pratique de l'assurance vie : Les fondements de l'assurance vie » Dunod

De sorte que :

$$\Phi = \ln(V) = \sum_{x_{inf}}^{x_{sup}} Dx \ln(qx) + (Nx - Dx) \ln(px)$$

Les meilleurs coefficients de la formule seront ceux qui maximisent la fonction de vraisemblance. La condition nécessaire pour cela est l'annulation des dérivées partielles de cette fonction ϕ par rapport à A ; β et γ . On obtient alors :

$$d = \frac{\partial \phi}{\partial A} = - \sum Nx + \sum \frac{Dx}{1-px} = 0$$

$$e = \frac{\partial \phi}{\partial \beta} = - \sum e^{\gamma x} Nx + \sum \frac{e^{\gamma x} Dx}{1-px} = 0$$

$$f = \frac{\partial \phi}{\partial \gamma} = - \beta \sum x e^{\gamma x} Nx + \beta \sum \frac{x e^{\gamma x} Dx}{1-px} = 0$$

Pour résoudre ce système de 3 équations non linéaires en A , β et γ on procède à la méthode de King Hardy qui permet d'avoir une première évaluation des coefficients, soient A_0 , e_0 et f_0 pour obtenir, après le calcul nécessaire, les valeurs approximatives suivantes :

$$A_1 = A_0 - \mu$$

$$\beta_1 = \beta_0 - \nu$$

$$\gamma_1 = \gamma_0 - w$$

Ce procédé devrait être itéré. Il converge vers la solution à condition de partir d'une valeur de départ pas trop éloigné de l'optimum jusqu'à avoir la solution optimale.

Pour conclure, la formule de Makeham pourrait utilisée pour une représentation partielle des tables générales et elle est susceptible de servir à l'ajustement d'observations peu nombreuses.

❖ La loi de Weibull

Weibull (1951) a proposé un modèle, avec deux paramètres, pour décrire les défaillances techniques d'un système. En effet, Weibull (1951) « propose un modèle paramétrique pour calculer la fiabilité d'un système non réparable. Il aborde notamment la présence de données tronquées ou censurées. »⁴²

La loi de Weibull est une généralisation simple du modèle exponentiel, permettant d'obtenir des fonctions de hasard monotone. En fait, elle présente l'évolution du taux de hasard en fonction de l'âge à travers l'équation suivante :

$$\mu_x = a x^b$$

⁴² Cours « Modèles de durée de vie »

Avec $a > 0$ et $b > 1$. En passant au logarithme, ce modèle sera présenté comme suit :

$$\ln(\mu_x) = \ln(a) + b \ln(x)$$

❖ Le modèle logistique

Les modèles précédents ont l'hypothèse que la probabilité de décès tende asymptotiquement vers 1 quand l'âge augmente. Par contre le modèle logistique suppose que la probabilité de décès augmente avec l'âge mais tende vers une limite inférieure à 1. En effet, selon ce modèle, il n'existe pas de limite maximale à la durée de vie humaine c'est-à-dire que, à n'importe quel âge, la probabilité de survivre jusqu'à l'âge suivant ne tend pas vers 0 et devient négligeable. Le modèle logistique présente donc une approche relativement différente des précédents essentiellement lorsqu'il s'agit de la mortalité aux âges les plus élevés.

Le modèle logistique suppose l'hypothèse que le taux de hasard est une fonction logistique de l'âge. Généralement il comporte 4 paramètres et il se présente comme suit :

$$\mu_x = a + \frac{be^{cx}}{1+d e^{cx}}$$

Ce modèle inclut le modèle de makeham qui peut être apparu quand $d = 0$.

Comme il a été indiqué par Ben Badis ; M (2006)⁴³ et les lignes directives mortalité de la commission d'agrément⁴⁴, ce modèle a été initié par Perks (1932). Après, plusieurs théories ont été élaborées et permettent d'expliquer pourquoi les modèles de Makeham et de Gompertz fonctionnent si bien sur certaines tranches d'âge.

Il faut noter que le modèle logistique a montré que les paramètres b et d sont à peu près similaires. Ceci mène à présenter le modèle par :

$$\mu_x = a + \frac{be^{cx}}{1+b e^{cx}}$$

Plusieurs auteurs comme Kanisto (1992), Himes et Ali (1994) et Thatcher et al. (1998) ont prouvé qu'aux âges élevés (plus de 80 ans), les modèles peuvent être simplifiés en supprimant la constante. Ainsi le modèle est présenté sous l'appellation de Kannisto :

⁴³ Op cité

⁴⁴ Op cité

$$\mu_x = \frac{b e^{cx}}{1 + b e^{cx}}$$

1.2.2. Les lissages paramétriques

D'après la commission d'agrément de l'institut des actuaires « *Le lissage paramétrique consiste à trouver une courbe paramétrique qui représente bien l'évolution des taux de décès en fonction de l'âge. Contrairement à la modélisation paramétrique, il ne s'agit pas de postuler a priori une forme bien précise pour la courbe de mortalité mais de déterminer, parmi une famille de fonctions mathématiques, celle qui s'adapte le mieux aux taux bruts. Les fonctions utilisées doivent être suffisamment flexibles pour permettre d'obtenir une courbe de taux lissés qui soit proche de celle des taux bruts.* »

Les modèles existants s'inspirent généralement d'un modèle de régression, comme la méthode des splines ou celles des lois de la famille Gompertz-Makeham.

La méthode des splines sert pour les lissages de données à deux dimensions. Cette méthode permettait d'obtenir, entre les points d'attache, la forme la plus lisse possible. Les mathématiciens ont étudié cette forme depuis 1946 et en ont dérivé la fonction spline. L'ajustement d'une fonction spline aux estimations brutes des taux de décès se fait par la méthode des moindres carrés pondérés.

Les lois de la famille Gompertz-Makeham n'imposent pas une forme absolue à la courbe de mortalité. Par contre, elles se situent à la frontière entre le lissage et la modélisation paramétriques puisqu'elles dérivent de la courbe de Makeham, un modèle qui fait preuve de la modélisation paramétrique.

La loi Gompertz-Makeham présente comme paramètres r et s . Elle est notée GM (r, s). C'est une fonction de la forme $P_1 + \exp(P_2)$ avec P_1 et P_2 sont des polynômes de degrés $r-1$ et $s-1$ respectivement. En effet, r et s représentent les nombres de termes des polynômes P_1 et P_2 .

L'ajustement de la courbe de mortalité, en utilisant la loi de la famille Gompertz-Makeham de paramètres r et s , se fait tout en posant initialement $\mu_x = P_1 + \exp(P_2)$ puis en déterminant les coefficients des polynômes P_1 et P_2 par la méthode des moindres carrés pondérés.

1.2.3. Les lissages non paramétriques

D'après Henge. F et al (2007)⁴⁵, le lissage non paramétrique se révèle du principe suivant : « *substituer aux données brutes des valeurs lissées, en supposant que la mortalité du groupe étudié est plutôt régulière, sans qu'aucune loi sous-jacente n'intervienne.* ».

Parmi les méthodes de lissage non paramétrique, on peut citer la méthode des moyennes mobiles pondérées et celle de Whittaker-Henderson (1923) comme il a été indiqué dans le projet de la commission d'agrément de l'institut des actuaires.

La méthode des moyennes mobiles centrées symétriques pondérées est l'une des premières méthodes de lissage ayant été développée. Elle est assez peu utilisée aujourd'hui car elle est substituée par des méthodes plus robustes. En fait, cette méthode présente certaines limites à savoir :

- L'impossibilité de calculer les valeurs lissées aux extrémités de la plage d'âge étudiée ;
- La validité de l'hypothèse, utilisée pour déterminer les coefficients, de la non corrélation des erreurs d'estimation (U_x) aux différents âges n'est pas vérifiée ;
- L'hypothèse, utilisée aussi pour déterminer les coefficients, de l'égalité des variances des erreurs d'estimation (U_x) à tous les âges, est particulièrement difficile à accepter dans de nombreux cas pratiques.

La méthode de Whittaker-Henderson, comme il a été indiqué dans le projet de la commission d'agrément de l'institut des actuaires, « *consiste à rechercher le meilleur compromis entre l'adéquation aux données brutes et la régularité de la courbe de mortalité.* »

Les taux de mortalité lissés sont obtenus en minimisant la mesure $M = F + h S$, avec :

- F est la somme pondérée des carrés des écarts entre les valeurs de la mortalité lissées et les valeurs de la mortalité estimée brutes, elle mesure la fidélité des taux de mortalité lissés aux taux bruts. Plus les taux lissés se rapprochent des taux bruts, plus la valeur de F diminue ;
- S est la somme des carrés des différences d'ordre z (z est un entier positif fixant le degré de polynôme utilisé : les valeurs les plus utilisées sont $z = 2, 3, 4$, ou 5 .) des valeurs de mortalité lissés, elle permet d'évaluer la régularité de la courbe lissée. Plus l'aspect de la courbe est régulier, plus la valeur de S diminue ;

⁴⁵ Op cité

- h est un paramètre d'arbitrage entre fidélité et régularité. C'est un réel positif qui permet de contrôler l'influence que l'on souhaite donner à chacun des deux critères précédents. Plus h est grand, plus la minimisation porte sur le terme S et impose à la courbe une allure régulière. Plus h est petit, plus la minimisation accorde de l'importance au terme F et impose à la courbe lissée de se rapprocher des données brutes. Soulignons que si $h = 0$, aucun lissage n'est effectué.

1.2.4. Les modèles relationnels

Les modèles relationnels sont des modèles dans lesquels l'estimation des taux de mortalité prend en considération en plus de l'âge, le taux de mortalité donné par une table de référence. Henge, F et al (2007) les définies comme « *Il s'agit de rapprocher les taux de mortalité bruts à ceux issus d'une table connue, construite à partir d'une population ayant des caractéristiques similaires et de transformer cette table de référence pour aboutir à celle du groupe visé.* ».

Les modèles relationnels ont été initialement développés par Cox (1972), Brass (1971) et Hannerz (2001). Ils partent de l'hypothèse qu'il existe un lien mathématique simple entre la mortalité de la population étudiée et celle d'une population de référence. Ainsi, afin d'obtenir des résultats précis, il est important de choisir une population de référence dont les caractéristiques sont proches de celle retenue pour la table de mortalité d'expérience. Ces modèles sont généralement utilisés lorsque le volume des données n'est pas assez grand.

1.3. Validation de la table construite

La construction d'une table de mortalité d'expérience devrait se baser sur toutes informations utiles que se soit sur le plan théorique ou pratique. L'étape de validation de la table d'expérience vient pour s'assurer des règles de cohérence entre la table de mortalité construite et les connaissances initiales.

Partant de ce principe, plusieurs éléments devraient être vérifiés notamment :

- Vérification de la cohérence des taux. Il faudrait s'assurer de la croissance des taux de mortalité avec l'âge et la durée écoulée;
- correspondance avec les données initiales ;
- respect des connaissances a priori de la mortalité.

Pour mesurer la qualité de la modélisation, différents critères et tests pourraient être mis en œuvre comme les critères de régularité et de fidélité et certains tests d'adéquation (Le test de Khi deux et Le test de Kolmogorov Smirnov).

Le critère de régularité des taux lissés se présente comme suit⁴⁶ :

$CR = \sum_x (\Delta^z \hat{q}_x)^2$ soit pour $z = 1$ $CR = \sum_x (\hat{q}_x - \hat{q}_{x+1})^2$: Plus cette valeur est proche de 0 et plus le lissage est régulier.

Le critère de fidélité aux taux bruts se présente par :

$CF = \sum_x |q^*_x - \hat{q}_x|$ ou $CF = \sum_x (q^*_x - \hat{q}_x)^2$ où q^*_x présente le taux brut : Plus le critère est proche de 0, plus les taux lissés sont fidèles aux taux bruts.

Le test du Khi-deux d'ajustement rejette le modèle si les écarts entre les taux bruts et les taux ajustés sont trop significatifs pour être simplement dus au hasard, pour un certain niveau de confiance :

$$X^2_x = \sum_{x=0}^n \frac{(d_x - 1_x \hat{q}_x)^2}{1_x \hat{q}_x}$$

On calcule ensuite la valeur critique de la distance de Khi deux à partir de la table de Khi deux, si cette valeur est supérieure au seuil de risque initial, on accepte H_0 , c'est à dire l'ajustement peut être retenu, sinon, on rejette l'ajustement.

Section 2 : Impact de l'expérience sur le solde technique d'une compagnie d'assurance vie

Les compagnies d'assurance ont tenues à utiliser les tables de mortalité réglementaires comme base pour la tarification et le provisionnement des contrats d'assurance traduisant la garantie décès et/ou survie. Or dans un environnement où la concurrence augmente de plus en plus surtout après l'introduction du marché de la bancassurance offrant généralement des primes plus avantageuses, il est primordial de revoir les bases techniques.

Les compagnies d'assurance ont la possibilité de faire recours à des tables d'expériences après avoir la certification d'un actuare externe à l'entreprise (ceci n'est pas

⁴⁶ Op cité

encore appliqué au niveau du secteur des assurances tunisien). L'utilisation d'une telle table à pour objectif d'améliorer la position de ces compagnies dans le marché.

Dans cette section, nous allons donc présenter les principales recherches analysant l'impact de l'utilisation de ces tables sur le solde technique des compagnies d'assurance.

2.1. Impact de l'expérience sur la tarification

La compagnie d'assurance devrait bien déterminer les taux de ses tarifs afin d'évaluer le montant de la prime pure adéquat que le souscripteur doit acquitter en contre partie des garanties fournies.

En assurance vie, la tarification se base sur trois éléments à savoir le taux d'intérêt, les frais de gestion et la table de mortalité. Cette dernière devrait permettre à l'entreprise d'assurance d'effectuer une tarification plus juste du risque viager. Ainsi, avec la prise en compte de son expérience, la compagnie d'assurance bénéficie d'une part de marché plus importante tout en proposant des tarifs plus concurrentiels

Selon Pierre Théron (2013)⁴⁷, lorsque les tarifs sont établis d'après des tables d'expérience par sexe, ils seront plus prudents que lorsqu'ils sont établis par des tables homologuées par arrêté du ministre de l'économie et des finances.

Julien Chartier (2012)⁴⁸ affirme que l'utilisation de la table réglementaire la plus prudente joue à l'encontre de la compétitivité alors que l'utilisation d'une table d'expérience non certifiée, comme par exemple un mix des tables réglementaires selon la proportion homme ou femme entraîne une discontinuité entre les primes et les provisions. Il signale cependant que l'utilisation d'une table d'expérience certifiée n'entraîne pas de discontinuité mais nécessite l'ajustement au fil du temps selon la proportion homme ou femme.

Dans ce même contexte, Joël Winter⁴⁹ indique qu'un portefeuille de rentier concernant une population spécifique comme par exemple les assurés des contrats d'assurance

47 Théron. P (2013) « Tables d'expérience : les outils de suivi du risque » ; Paris, 24/01/2013 ; Institut des actuaires : galea et associés.

48 Chartier. J (2012) « Impacts opérationnels pour les assureurs » 31/05/2012 ; conférence Gender Directive ; Optimind.

49 Cabinet Joël WINTER & Associés -Actuaires

collectif concernant le régime de retraite supplémentaire à prestation définies de cadre dirigeant, peut présenter fortement une mortalité différente de celle de la population générale qui a été utilisée comme référence tarifaire. De plus, il observe qu'il ya des abattements de 50 à 60% par rapport à la TD88/90 (table de mortalité de la population masculine française sur la période 1988 – 1990) avec la table d'expérience sur un contrat de type « temporaire décès » en ce qui concerne les entrées de gamme, de même cet abattement peut aller jusqu'à 70% sur des contrats dit haut de gamme.

Aurélie Gaumet (2001)⁵⁰ effectue une étude sur les tables d'expérience afin de décrire le risque d'incapacité des assurés du groupe AXA en France ayant souscrit un contrat de prévoyance ou d'épargne comportant des garanties complémentaires en cas d'incapacité. Elle a conclu que, en prenant l'hypothèse de prendre en considération la sinistralité lors de l'élaboration des tarifs, les segmentations des tables d'expérience donneront une meilleure vision de la sinistralité des assurés par rapport l'utilisation d'une table réglementaire qui ne reflète la réalité des affaires de la compagnie.

Natacha Brouhns et Michel Denuit (2002)⁵¹ examinent l'évolution de la mortalité en Belgique sur la période allant de 1880 à 1999 afin de déterminer la relation entre le risque de longévité et les rentes viagères. Ils constatent que la mortalité est en perpétuelle évolution, et donc si un actuair se base, lors du calcul des primes relatives aux rentes viagères, sur une table de mortalité du moment (ou transversale), même si elle est la plus récente, ne pourrait que commettre une erreur d'évaluation. De plus, en cas où l'évolution constatée dans le passé est favorable tout en se poursuivant dans l'avenir, l'erreur ainsi commise provoquerait des pertes graves pour la compagnie d'assurance. Ceci mène à conclure que la commercialisation des rentes viagères ne peut donc se faire que si l'actuaire dispose de tables de mortalité projetées, incorporant l'évolution futur de la durée de la vie humaine et donc la tarification des rentes viagères n'est possible qu'avec l'utilisation de tables de mortalité prospectives.

Makram ben badis (2006)⁵² étudie la mortalité d'expérience d'une compagnie d'assurance tunisienne tout en se référant aux enregistrements sur deux portefeuilles de

⁵⁰ Gaumet. A (2001) « Construction de tables d'expérience pour l'entrée et le maintien en incapacité » 16/05/2001, *ISFA : Institut de science financière et d'assurances*.

⁵¹ Brouhns. N et Denuit. M (2002) « Risque de longévité et rentes viagères : Evolution de la mortalité en Belgique de 1880 à nos jours » *BELGIAN ACTUARIAL BULLETIN, Vol. 2, No. 1, 2002*.

⁵²Op cité.

garanties décès. Le premier comporte des contrats temporaires décès individuels. Le deuxième est composé de 232 contrats groupes durant la période allant de l'année 2002 jusqu'à l'année 2006. Il trouve que la table d'expérience permet à la compagnie d'assurance d'être plus compétitive sur le marché en offrant à sa clientèle une meilleure tarification avec des réductions par rapport à ses concurrents qui sont principalement les banque-assurance.

En effet, il a conclu que la mortalité d'expérience diffère de celle prévue par la table TD88-90. En d'autres termes, la comparaison des coûts du contrat temporaire décès issus de la table d'expérience et ceux issus de la table TD88-90 (évaluée à 52 pourcent) dégage des différences importantes.

L'auteur s'intéresse à comparer les primes uniques pures d'un contrat temporaire décès à capital décroissant linéairement présentant les caractéristiques suivantes : capital assuré 10 000, durée du contrat 5 ans. Il a tiré la conclusion que les primes uniques pures sont une fonction décroissante en fonction du taux technique et une fonction croissante de l'âge. En plus, il a observé que l'écart entre les primes ainsi calculées augmente en fonction de l'âge. Ceci mène à déduire que la table de mortalité officielle (même si elle est évaluée au voisinage de 52 pourcent) tend à surestimer la mortalité aux âges élevés, mais lorsqu'il s'agit de tranche d'âge basse, l'écart est beaucoup plus inférieur. L'auteur signale que cet écart minime s'explique par le fait que cette catégorie des jeunes n'est pas touchée par les facteurs explicatifs de l'amélioration de la mortalité comme les progrès de la médecine et le développement du niveau de vie.

2.2. Impact de l'expérience sur le provisionnement

Les compagnies d'assurance sont tenues à constituer des provisions techniques au niveau de leurs passifs afin de faire face à leurs engagements. Le code des assurances⁵³ indique que « *la provision mathématique en assurance vie est calculée d'après la table de mortalité, les taux d'intérêts et les chargements retenus pour l'établissement du tarif.*»

L'utilisation de tables de mortalité réglementaire peut amener à des situations de sur tarification et aussi de sur provisionnement. Dans une telle situation, la compagnie d'assurance peut avoir une perte de part de marché et elle va enregistrer un coût

⁵³ Op cité

d'opportunité. En fait, la table réglementaire imposée par l'autorité de contrôle surestime sensiblement la mortalité, ce qui mène à constituer des provisions mathématiques très importantes sans supporter un risque trop élevé. Par ailleurs, le risque de mortalité représente l'incertitude relative aux tendances et paramètres, dans la mesure où ceux-ci ne sont pas déjà pris en compte dans l'évaluation des provisions techniques. Alors que, le risque de longévité résulte de l'incertitude relative aux tendances et paramètres dans la mesure où ceux-ci ne sont pas déjà pris en compte dans l'évaluation des provisions techniques. Ainsi, la construction d'une table d'expérience est un outil pour alléger le montant des provisions.

Aurélie Gaumet (2001)⁵⁴ prouve que l'élaboration de tables d'expérience permettra à la compagnie d'assurance AXA de mieux connaître la sinistralité de ses assurés pour la garantie incapacité. De plus, elle va posséder des moyens techniques afin de profiter des changements de la réglementation en matière de provisionnement. De même, elle a prouvé que l'élaboration et la certification de tables de maintien en arrêt de travail offrait la possibilité d'ajuster les provisions obligatoires des prestations d'incapacité d'une manière plus adéquate.

En effet, elle a trouvé que le niveau de sinistralité observé sur la population assurée pourra s'écarter sensiblement de celui donné par les tables réglementaires. Ainsi, la compagnie d'assurance, en utilisant les tables réglementaires, risque de mal provisionner ses engagements car les tables du BCAC⁵⁵ ont été construites selon certaines définitions de l'état d'incapacité qui ne correspondent pas toujours aux garanties proposées par l'assureur vu que la périodicité des garanties diffère à celle prise par les tables réglementaires (exemple : possibilité que les garanties continuent au-delà de l'âge limite des tables du BCAC qui est à l'ordre de 60 ans). Ceci permet de conclure que les tables réglementaires ne sont pas adaptées aux garanties et ainsi elles ne sont pas fiables pour le calcul des provisions, d'où l'avantage de construire une table d'expérience à partir des observations menées sur le portefeuille de l'assureur. Elle a indiqué aussi qu'il serait nécessaire de construire une table pour le tarif et une table différente pour le provisionnement.

Frédéric Planchet (2006)⁵⁶, dans sa note qui a pour objet la présentation des tables de mortalité d'expérience pour les rentes, constate lors de la comparaison de ces tables avec les

⁵⁴ Op cité

⁵⁵ Bureau Commun des Assurances Collectives qui a proposé les tables de maintien réglementaires datant de 1993 et furent élaborées d'après le portefeuille de différentes compagnies d'assurance.

⁵⁶ Planchet . F (2006) « Tables de mortalité d'expérience : Pour les portefeuilles de rentiers (Tables TGH 05 et TGF 05) » *Juillet 2006 Version 1.3, Institut des actuaires.*

tables actuelles TPG 1993 qu'il y avait des majorations significatives au niveau des provisions pour les femmes. Par contre, les provisions pour les hommes restaient de même ordre que celle obtenues avec les tables TPG 1993.

Makram ben Badis (2013)⁵⁷ montre qu'il existe un écart de provisionnement entre la mortalité d'expérience et la mortalité de la population générale. Cet écart est dû au risque d'anti-sélection. Il a remarqué que l'écart de provisions augmente lorsqu'on avance dans le temps. En fait Il trouve qu'il passe de 7% la première année à 14% à la 50^{ème} année de projection des provisions mathématiques. Il explique ces résultats par le fait que les individus assurés ont davantage de chance de vivre plus longtemps que les individus de la population générale. Cela se réfère au risque d'anti-sélection que les tables de mortalité officielles construites sur la base des données générales ne peuvent dévoiler.

Makram ben badis (2006)⁵⁸, dans son étude sur une compagnie d'assurance tunisienne pour les contrats temporaire décès à capital décroissant linéairement sur 5 ans, montre que la table d'expérience qu'il a construit permet de réduire les primes et les provisions de plus de 50% par rapport aux calculs issus de la table réglementaire et il atteint son maximum de 36,74% à l'âge de 50 ans. En fait, le pourcentage de sur provisionnement augmente en fonction de l'âge. Il s'agit alors d'une fonction croissante en fonction de l'âge jusqu'à un âge limite de souscription. De plus, en effectuant la comparaison lors de l'application de la table d'expérience sur le portefeuille de la compagnie d'assurance durant les deux exercices consécutifs les plus récents par rapport à son étude à savoir 2005 et 2006, il remarque que les gains sur les provisions mathématiques sont égaux à 943274 TND à titre de l'exercice 2005 et à l'ordre de 1361213 TND à titre de l'exercice 2006 par rapport à la table TD88-90 évaluée à 52%.

Il a signalé que la compagnie d'assurance était obligé à provisionner à l'ordre de 100 pourcent de la table réglementaire TD88-90. Ainsi, elle était obligé à proposer des tarifs réduits afin d'attirer la clientèle et pour faire face à la concurrence exercée surtout par les banques en matière d'assurances de crédits qui est le produit le plus vendu sur le marché tunisien. Par ailleurs, la compagnie d'assurance est dans l'obligation d'opter pour des réductions des primes et d'enregistrer des provisions importantes afin de répondre aux exigences de l'autorité de contrôle et faire face à la concurrence. En plus des primes collectées de ses assurés, la compagnie d'assurance, devrait alimenter ses provisions par

⁵⁷Ben Badis. M (2013) « Modèles et méthodes actuarielles pour l'évaluation quantitative des risques en environnement Solvabilité II » *Version ; 13 juin 2013, Université Paris Dauphine.*

⁵⁸ Op cité

d'autres fonds. Ceci mène à conclure que l'utilisation des tables de mortalité d'expérience peut combler les problèmes de sur provisionnement et aussi bien permet de faire face à la concurrence en appliquant des tarifs moins chers.

La directive de solvabilité 2 entraîne au niveau des assurances de personnes une évolution remarquable en matière des techniques actuarielles de valorisation des engagements des compagnies d'assurances.

Dans ce contexte, Michael Donio et al (2011)⁵⁹ indiquent que « *l'évaluation des Provisions Techniques par une approche best estimate nécessite de projeter de manière fiable et cohérente les flux de prestations futurs et par conséquent nécessite de disposer de tables de mortalité et de tables de passage et de maintien dans différents états (incapacité, invalidité) adaptées et fondées sur l'expérience du portefeuille.* »

Il a prouvé que sous solvabilité 2 et avec une mortalité moins élevée, le niveau globale des best estimate (meilleure estimation) diminue avec toutefois des effets antagonistes. Il remarque que l'influence des deux garanties invalidité-incapacité et temporaire décès est très différente. En fait, au niveau de la garantie invalidité-incapacité le best estimate ne change pas beaucoup mais au niveau de la garantie temporaire décès, le best estimate diminue de 20%.

Planchet (2009)⁶⁰ partage la même idée que l'évaluation des provisions techniques à partir le *best estimate* des flux de trésorerie nécessite de prendre en compte l'expérience du portefeuille assuré. En plus, les compagnies d'assurance commercialisant des produits de rentes et de retraite supplémentaires sont dans l'obligation de construire des tables de mortalité prospectives contenant les spécificités du portefeuille en question afin de déterminer des provisions best estimate.

De même, Joël Winter⁶¹, actuair français, trouve que dans des marchés obligataires et actions, la compensation des pertes techniques par des produits financiers s'avère difficile. D'où, il existe un risque de sous provisionnement significatif en cas où il y a une sous mortalité sur certains portefeuilles de rentiers qui peut aller jusqu'à 20% par rapport aux tables réglementaires officielles.

⁵⁹ Donio. M et all (2011) « SOLVABILITÉ II et contrats de Prévoyance Modèle interne ou judicieux choix d'hypothèses ? » *la lettre actuariat et finance, 1^{er} semestre 2011 ; Winter et associés.*

⁶⁰ Planchet. F (2009) « Provisionnement best estimate et risque arrêt de travail » ; *la Tribune de l'assurance n° 140, octobre 2009, Winter et associés.*

⁶¹ Op cité

Conclusion

L'objectif de ce travail est la construction d'une table d'expérience : les fondements et théories pratiques, l'impact sur le solde technique et la mise en application au sein d'une compagnie d'assurance.

Dans ce présent chapitre, nous avons traité des méthodes d'estimation des taux bruts de mortalité essentiellement dans le cas des données incomplètes tout en mettre l'accent sur la méthode de Kaplan Meier et celle du taux hasard constant.

Ensuite nous abordons les différentes techniques de lissage pour l'ajustement des taux bruts estimés telles que la modélisation paramétrique, les lissages paramétriques, les lissages non paramétriques et les modèles relationnels, qui permettent d'obtenir une révision des estimations et d'aboutir à une courbe de mortalité lissée. Enfin, nous avons présenté quelques mesures permettant de juger statistiquement la qualité du lissage produit afin de valider la table construite.

Les compagnies d'assurance ont intérêt à analyser la mortalité d'expérience. En effet, la table d'expérience permet de modéliser le risque de mortalité en se basant sur une étude précise d'un portefeuille bien défini. Ainsi, elles peuvent mieux délimiter le risque de mortalité inhérent à leur portefeuille, et offrir des produits plus concurrentiels.

Une fois le cadre théorique posé, nous essaierons, dans le cadre des contrats temporaires décès, d'appliquer ces techniques décrites de façon théoriques afin d'obtenir une table de mortalité d'expérience pour la compagnie d'assurance SALIM et de vérifier son impact sur le solde technique.

Chapitre 3 : Construction d'une table de mortalité d'expérience : Application au contrat temporaire décès de l'assurance SALIM

Introduction

Les compagnies d'assurance sont incitées à la construction de table d'expérience lorsqu'elles constatent une différence de mortalité entre la table réglementaire et leur expérience. Dans ce chapitre, l'intérêt principal est d'élaborer la table de mortalité reflétant l'expérience de la compagnie d'assurance SALIM pour constater par la suite l'intérêt de l'utilisation d'une telle table en matière de tarification des produits en cas de décès afin d'en déduire des tarifs plus concurrentiels. De plus, il est nécessaire de vérifier qu'avec la mortalité d'expérience, la compagnie d'assurance SALIM pourrait alléger le montant des provisions puisque les tables réglementaires surestiment généralement la mortalité.

Nous allons dans un premier temps présenter les principaux chiffres clés de la compagnie d'assurance SALIM et la description de l'échantillon en question et en deuxième temps présenter les étapes poursuivies afin d'élaborer notre table d'expérience pour le risque de décès. Pour finir, nous allons étudier l'impact d'une telle table sur la tarification et le provisionnement.

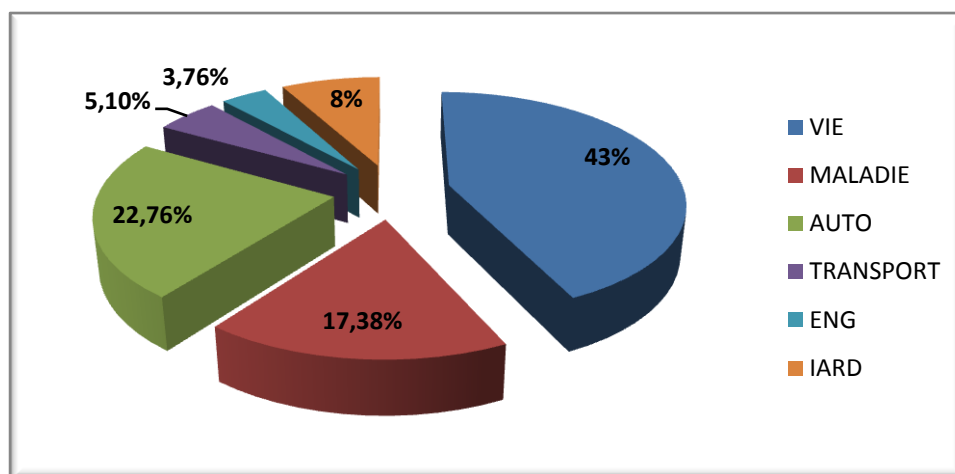
Section 1 : Présentation du cadre de travail

1.1. Présentation de la société d'assurances SALIM

La société « ASSURANCES SALIM » a été créée suite à la volonté de la Banque de l'Habitat en Septembre 1995 sous la forme d'une compagnie anonyme spécialisée en assurance Vie « La société Tunisienne d'assurance Vie et de Capitalisation SALIM » avec un capital initial de 1 000 000 dinars, pour répondre aux besoins de couverture conçus par l'activité de la banque de l'Habitat ainsi que la recherche d'intégration des services et de diversification des produits offerts à la clientèle. La compagnie a été transformée en société multi-branche nommée « ASSURANCES SALIM » le 24 juin 1997. Cette extension s'est accompagnée par une augmentation de son capital qui a été porté à 4 000 000 dinars, puis à 10 000 000 dinars en 2003 pour être élevé à 13 300 000 dinars à l'occasion de l'introduction en bourse en 2010.

En 2013, la structure du portefeuille de la compagnie présente une prédominance de la branche vie qui constitue la part la plus intéressante. Cependant, cette part enregistre un léger repli passant de 48.62% en 2012 à 43% en 2013. La seconde part est occupée par la branche automobile avec 22.76% en 2013 contre 20.65% en 2012. Par suite, la branche groupe maladie occupe la troisième place avec une part de 17.38% en 2013 contre 17.59% en 2012.

Figure 6: Structure du chiffre d'affaire d'Assurance SALIM au 31/12/2013



Source : rapport annuel 2013 Assurances SALIM

Concernant les sinistres, le montant total des indemnisations net de recours atteint 17.295 MDT soit 40.15% du chiffre d'affaires global contre 16.582 MDT soit 39.74% du chiffre d'affaires en 2012.

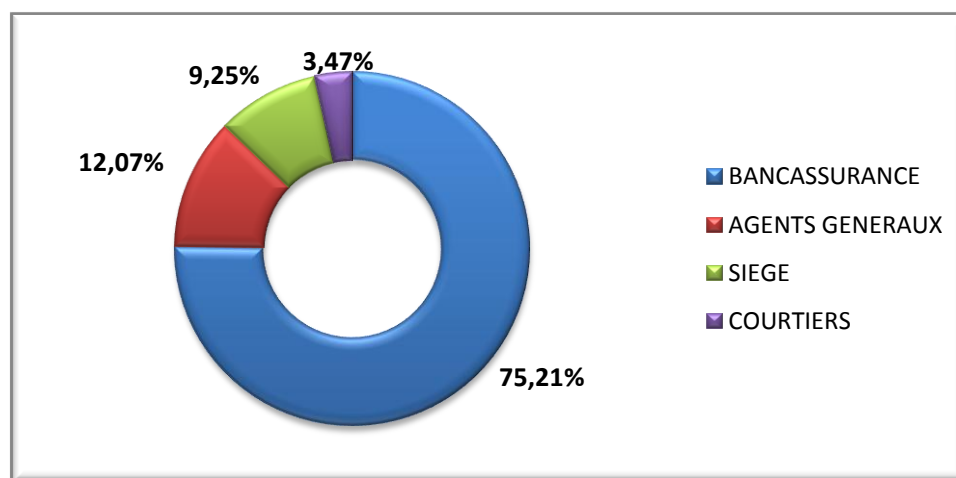
La structure des règlements de sinistres montre que la branche automobile caractérise la part la plus importante soit de 37.11%. Pour la branche vie elle occupe la part de 19.92%.

❖ La branche vie :

Le chiffre d'affaire enregistré une baisse de 8.65% en 2013 par rapport à 2012 en passant de 20.291 MDT en 2012 à 18.537 MDT en 2013.

La répartition du chiffre d'affaire vie par réseau présente une prédominance du réseau bancaire. En effet, ce dernier fournit 75.21% du total des émissions soit 13.941 MDT. La part du chiffre d'affaires du réseau agents généraux, siège et courtiers représente simultanément 12.07%, 9.25% et 3.47%.

Figure 7: Structure du chiffre d'affaire vie par type de réseau



Source : rapport annuel 2013 Assurances SALIM

Les sinistres payés et les capitaux échus totalisent 3.444 MDT contre 3.791 MDT en 2012 enregistrant ainsi une baisse de 9.15%.

Le ratio combiné présente 65.34% en 2013 contre 60.60% en 2012 enregistrant un bénéfice de 34.66 % et de 39.40% respectivement.

La branche vie affiche un bénéfice technique égal à 4.192 MDT résultant d'un solde de souscription positif de 6.736 MDT, grevé d'un montant de charges d'acquisition et de gestion de 7.804 MDT mais bonifié par un solde de réassurance positif de 3.828 MDT et par un solde financier également positif de 1.432 MDT.

1.2. Analyse descriptive

1.2.1. Description de la base des données

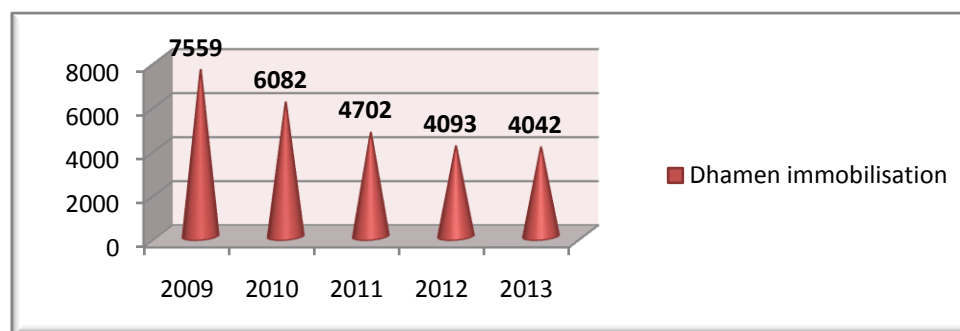
La base des données comporte des enregistrements sur des fichiers Excel contenant les caractéristiques de production d'une part, et de sinistre d'autre part, pour des contrats temporaire décès intitulés « DHAMEN immobilisation » et « DHAMEN personnel ».

Le contrat DHAMEN est souscrit en couverture des prêts consentis par la banque de l'Habitat aux particuliers. Il a pour objet de garantir les assurés contre les risques de décès, invalidité définitive totale ou partielle et d'incapacité temporaire totale de travail. Sont assurables dans le cadre de ce contrat, l'emprunteur et sa caution solidaire qui bénéficient de prêts cités ci-dessus. L'âge de l'assuré au terme du contrat ne peut en aucun cas dépasser 70 ans. De plus, la demande d'adhésion est réservée aux personnes âgées, au jour de leur demande, de plus de 20 ans.

Les fichiers production se divisent entre ceux concernant le chiffre d'affaire de la banque de l'Habitat et ceux concernant le chiffre d'affaire des autres banques. Les fichiers sinistres se présentent par des enregistrements sur un ancien système et d'autres sur un nouveau système mis en place par l'assurance SALIM afin d'améliorer le système d'information.

1.2.2. Année de souscription

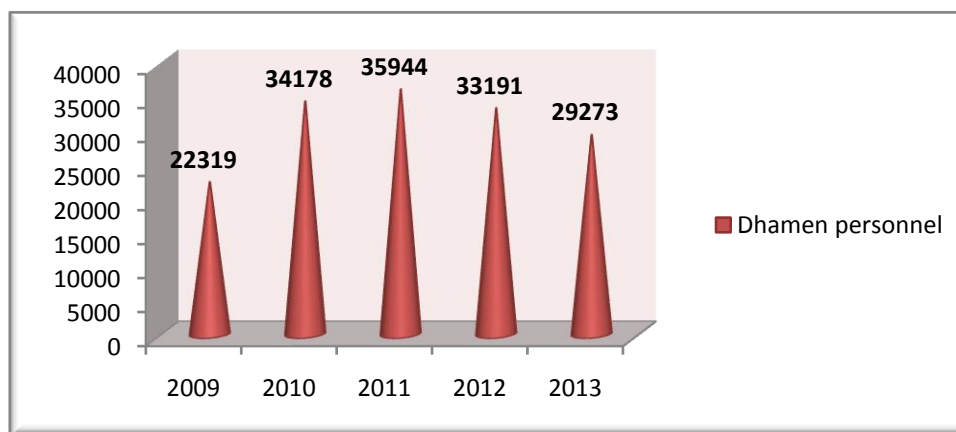
Figure 8: Nombre d'enregistrement en fonction de l'année de souscription



Source : base des données de l'assurance SALIM

Nous remarquons une régression continue du nombre des souscriptions. En effet, en 2009, les souscriptions étaient de 7559 puis elles marquaient une baisse de 46% pour atteindre 4042 souscriptions en 2013. Cette baisse s'explique par les répercussions négatives de la révolution qui ont marqué la diminution des investissements essentiellement en moyen et long terme.

Figure 9: Nombre d'enregistrement en fonction de l'année de souscription

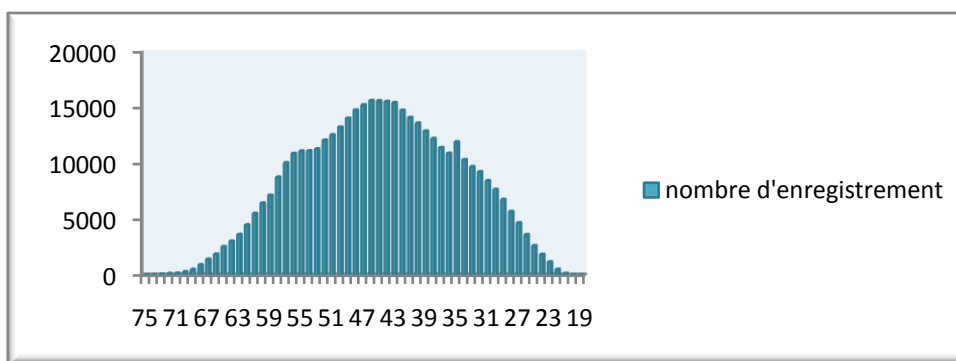


Source : base des données de l'assurance SALIM

Le nombre des nouvelles affaires pour le produit DHAMEN personnel présente une augmentation de 53.13% en 2010 par rapport 2009 puis une augmentation de 5.16% en 2011 par rapport 2010 pour atteindre 35944 enregistrements en 2011 contre 34178 enregistrements en 2010. L'année 2012 marque une légère diminution de 7.65%. Cette diminution se poursuit et les nouvelles affaires présentent 29273 enregistrements en 2013 contre 33191 enregistrements en 2012 c'est-à-dire une baisse de 11.8%.

1.2.3. Age de souscription

Figure 10: nombre d'enregistrement par âge à la souscription



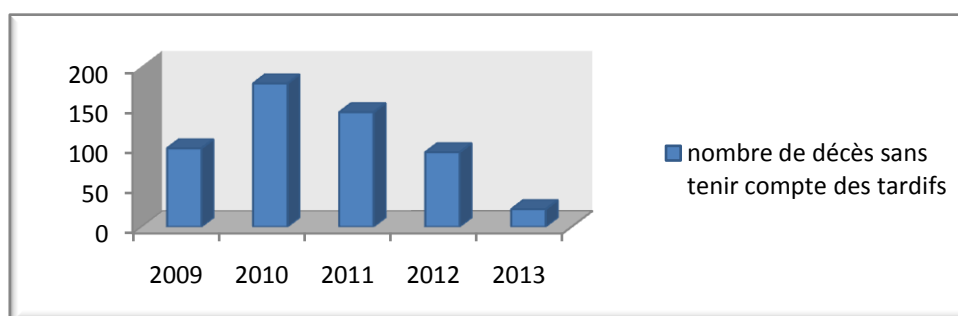
Source : base des données de l'assurance SALIM

77.34% des assurés ont souscrit leurs contrats à un âge compris entre 30 et 55 ans. La concentration des souscriptions sur la plage d'âge entre 30 et 55 ans peut s'expliquer par le fait que les individus concernés représentent la tranche d'âge la plus active et capables d'investir et de garantir leurs vies.

Les jeunes âgés de moins de 30 ans constituent un pourcentage de 6.45% des souscripteurs ce qui reflète les difficultés que rencontrent les jeunes en matière d'investissement et les difficultés à créer les nouveaux projets ce qui accentue le taux de chômage. Les personnes âgées de plus de 60 ans représentent 7.42% des souscripteurs.

1.2.4. Année de décès

Figure 11: nombre de décès sans tenir compte des tardifs

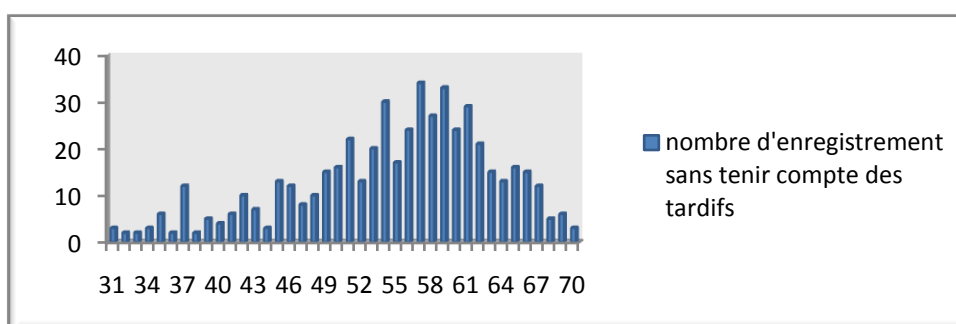


Source : base des données de l'assurance SALIM

Le pic de sinistralité, sans tenir compte des tardifs, a été remarqué à l'année 2010 pour atteindre 179 décès.

1.2.5. Age de décès

Figure 12: nombre d'enregistrement sans tenir compte des tardifs



Source : base des données de l'assurance SALIM

Nous remarquons que 61.15% des décès sont répartis entre les âges de 45 et 60 ans. Cela peut s'expliquer par le fait que le portefeuille est caractérisé en majorité par des individus âgés entre 45 et 60 ans.

Section 2 : Construction de table de mortalité d'expérience pour le risque de décès

Dans cette section et en se basant sur les recommandations de la commission d'agrément des actuaires habilités à certifier les tables de mortalité, nous essayerons de construire une table de mortalité d'expérience pour la compagnie d'assurance SALIM.

Pour cela, comme nous avons déjà cité dans le précédent chapitre, la démarche de la construction nécessite plusieurs étapes notamment :

- Le traitement et la validation des données avec la justification du contexte d'analyse ;
- Estimation des taux annuels bruts de décès ;
- Lissage des taux annuels bruts de décès ;
- Validation de la table construite.

2.1. Traitement et validation des données

Afin de construire une table d'expérience adéquate, il faudrait veiller à la qualité des données utilisées pour la construction. Selon les lignes directrices de mortalité de la commission d'agrément de l'institut des actuaires, il faudrait tenir compte de la période d'observation, la représentativité des données, les variables nécessaires à l'étude de la mortalité et la cohérence des données.

2.1.1. La période d'observation

La mortalité se caractérise par des fluctuations conjoncturelles. Ainsi, il est primordial d'opter pour une période d'observation comportant plusieurs années pour améliorer la qualité des estimations tout en augmentant le volume d'observations. De plus, il est préférable de choisir la période la plus récente possible. Pour ces raisons, la commission d'agrément de l'institut des actuaires suggère une période d'expérience de trois à cinq ans et elle la juge comme raisonnable. Cependant, pour ne pas sous-estimer la mortalité, il faudrait

tenir compte des sinistres tardifs. En effet, afin de résoudre ce problème des tardifs, nous allons faire recours à la méthode de Chain Ladder qui est une technique utilisée pour le calcul des provisions. En fait, elle permet d'estimer en nombre ou en montant les sinistres survenus mais non encore déclarés.

La commission d'agrément des actuaires signale de plus qu'il est préférable que la durée d'observation porte sur des intervalles d'une longueur multiple de douze mois puisque le risque de décès fluctue généralement tout au long de l'année.

Dans notre travail, nous avons retenu la période d'observation s'étalant du **01 janvier 2009 au 31 décembre 2013**, ce qui présente cinq ans d'expérience.

2.1.2. La représentativité des données

La base des données devrait être représentative du portefeuille sur lequel la table d'expérience sera appliquée. Pour cette raison, il est primordial d'étudier le risque de biais et celui de l'échantillonnage.

❖ Le risque de biais :

L'extraction des données peut présenter un risque de biais. D'après la commission des actuaires « *Afin de s'assurer qu'il n'y a pas eu de biais dans la sélection des données retenues pour l'étude, l'actuaire certificateur a besoin de contrôler la méthode d'extraction employée. A cet effet, il est nécessaire qu'il sache comment le système de gestion informatique fonctionne (mode de stockage des données, durée de l'historique conservé...) et comment les enregistrements ont été sélectionnés.* »

Pour notre étude, les enregistrements de l'assurance SALIM s'effectuent sur des supports informatiques. Le système suivi, pour traiter les sinistres, a été renouvelé récemment alors nous avons travaillé sur l'ancien et la nouvelle application. Ainsi, nous avons opté à vérifier l'existence d'un même enregistrement de sinistre dans les deux systèmes pour ne pas le constater doublement.

Afin de vérifier l'échantillon de notre étude, il faut définir quelques notions à savoir :

- Date de souscription : la date de réalisation du contrat d'assurance correspondant au paiement de la prime d'assurance ;
- Date d'effet : la date à partir de laquelle le contrat d'assurance entre en vigueur. Elle peut être similaire à la date de souscription ;
- Date d'état : la date d'une résiliation du contrat avant l'échéance d'expiration ;

- Date d'expiration : la date de fin du contrat.

Nous avons retenu les contrats dont la date d'effet est inférieure ou égale à la date de fin d'observation. Aussi, la date d'expiration comme la date d'état devraient être supérieure à la date de début d'observation.

- ❖ Le risque d'échantillonnage :

Pour avoir la table de mortalité d'expérience la plus fiable, il faudrait utiliser toutes les données disponibles sinon nous devons s'assurer de la méthode d'échantillonnage retenue. Dans notre travail, nous avons utilisé toutes les données disponibles offertes par le directeur de la compagnie d'assurance SALIM.

2.1.3. La cohérence des données

Le traitement des données est une étape primordiale pour par la suite, mener à un travail fiable. En effet, cette étape permet de vérifier l'absence d'anomalies au niveau des enregistrements et d'essayer de les corriger si c'est possible. Ce travail est mieux appliqué sur SAS ou R mais faute de ces deux types de logiciel, nous avons procédé à l'accomplir à partir du logiciel Excel.

En premier lieu il faudrait s'assurer de la présence de certaines variables vu qu'elles sont nécessaires pour l'estimation des taux bruts de décès. Ces variables s'agissent de :

- Le numéro de l'assuré ou du crédit ;
- La date de naissance de l'assuré ;
- La date de souscription ;
- La date d'effet ;
- La date de survenance des sinistres ;
- La date de déclaration des sinistres ;
- Le cas échéant, la date de fin d'assurance et la cause de sortie (décès, chute ou expiration naturelle du contrat).

Le numéro de l'assuré ou du crédit avec le nom et prénom sont des variables fondamentales car elles permettent de détecter l'existence des doublons pour ne pas comptabiliser un seul décès plus qu'une fois. De même, nous avons remarqué 49 enregistrements dans le fichier statistiques des autres banques avec, 12 enregistrements dans les fichiers statistiques du contrat DHAMEN immobilisation et 15 enregistrements dans les fichiers statistiques du contrat DHAMEN personnel avec une date de naissance manquante.

Puisque le nombre est relativement faible par rapport à la taille de notre échantillon, nous avons écarté ces personnes de l'étude.

2.2. Estimation des taux annuels bruts de décès

Pour estimer les taux annuels bruts de décès notés q_x , nous avons utilisé uniquement les individus observés vivant sur une partie ou sur la totalité de leur $x+1^{\text{me}}$ année sans tenir compte des individus aux âges voisins, qu'ils proviennent des mêmes individus ou des individus différents, comme il est recommandé par la commission d'agrément des actuaires et Ben badis. M (2006).

Une autre hypothèse nécessaire dont nous devons tenir compte pour pouvoir faire l'estimation est celle que les décès aléatoires des individus sur la plage d'âge $[x; x+1]$ sont des événements indépendants tout en supposant que les individus de la totalité de notre population ont la même probabilité de décéder.

Les individus de notre population ne sont pas tous observables sur la totalité de la plage d'âge $[x, x+1]$. Ainsi, le modèle binomiale classique ne peut plus s'appliquer. En fait, par la méthode binomiale classique, l'estimateur \widehat{q}_x est obtenu comme suit :

$$\widehat{q}_x = \frac{D_x}{N_x}$$

Note : Dans ce cas l'estimateur \widehat{q}_x est à la fois l'estimateur de maximum de vraisemblance et celui des moments.

Pour remédier à ce problème, comme nous avons cité dans le chapitre précédent, plusieurs méthodes prenant en considération les différentes hypothèses des données incomplètes peuvent être appliquées.

Dans notre cas de figure, nous avons procédé à la méthode par taux de hasard constant. Rappelons que, selon cette méthode, la probabilité de survie sur un intervalle $[a; b]$ est donnée par :

$${}_{(b-a)}p_x = \exp^{-\mu x (b-a)}$$

Nous concluons ainsi la probabilité de décès qui s'écrit :

$${}_{(b-a)}q_x = 1 - {}_{(b-a)}p_x = 1 - \exp^{-\mu x (b-a)}$$

La probabilité de décès annuelle est donc :

$$q_x = 1 - \exp^{-\mu x}$$

En utilisant le modèle taux de hasard constant avec estimateur maximum de vraisemblance tout en prendre en compte des âges au décès, l'estimateur prend une forme explicite.

En suivant l'article « Lignes Directives Mortalité » de la commission d'agrément, Institut des actuaires, nous supposons que les individus qui ont survécu à la fin de l'intervalle $[a_s; b_s]$ sont définis par s et les individus qui décèdent à la fin de l'intervalle $[a_d; b_d]$ sont définis par d . La fonction de vraisemblance s'écrit ainsi comme suit :

$$L = \prod_s \exp^{-\mu (b_s - a_s)} \prod_d (1 - \exp^{-\mu (b_d - a_d)})$$

En passant au logarithme, nous retrouvons la fonction log vraisemblance suivante :

$$l = \sum_s -\mu (b_s - a_s) + \sum_d \log(1 - \exp^{-\mu (b_d - a_d)})$$

Une solution approchée peut être tirée qui est supérieure à la solution exacte :

$$\mu \sim \frac{D_x}{\sum_{i=1 \dots N_x} (1 - D_i)(t_i - a_i)}$$

et

$$\hat{q}_x = 1 - \exp^{-\mu}$$

Notons :

- $x + a_i$ l'âge de début d'observation de l'individu i sur la plage $[x, x + 1[$.
- $x + b_i$ l'âge qu'aurait l'individu i en fin d'observation s'il ne décédait pas et si il ne sortait pas de manière imprévisible de l'étude.

$$0 \leq a_i \leq b_i \leq l.$$

- $x + t_i$ la variable aléatoire « âge de l'individu i à sa sortie de l'observation ».

Quand l'individu sort de l'observation à un âge inférieur strictement à b_i on associe à cet évènement la cause de sortie, variable à deux modalités : « décès » et « autre ».

D_i représente la variable de Bernoulli indicatrice du décès de l'individu i alors :

- $D_i = 0$ si la variable aléatoire t_i prend la valeur b_i ou si t_i prend une valeur inférieure strictement à b_i et la cause de sortie n'est pas le décès.
- $D_i = 1$ si la cause de sortie est le décès.

$D_x = \sum_{i=1 \dots N_x} D_i$ représente le nombre de décès dans toute la population N_x .

Pour effectuer l'estimation des taux bruts de décès, nous avons élaboré le tableau représentatif des expositions au risque par âges ainsi que le nombre des décès. Il se présente comme suit :

Age	Effectifs	Nombre de décès observé	Sinistres tardifs	Nombre de décès total
31	8418	3	0	3
32	9228	2	0	2
33	9667	2	0	2
34	10293	3	0	3
35	11890	6	0	6
36	10878	2	0	2
37	11384	12	0	12
38	12186	2	0	2
39	12855	5	0	5
40	13559	4	0	4
41	14071	6	0	6
42	14707	10	0	10
43	15388	7	0	7
44	15502	3	3	6
45	15561	13	1	14
46	15589	12	1	13
47	15199	8	1	9
48	14736	10	1	11
49	14004	15	1	16
50	13212	16	0	16
51	12523	22	2	24
52	12050	13	2	15
53	11264	20	2	22
54	11093	30	2	32
55	11083	17	3	20
56	10855	24	2	26
57	10016	34	1	35
58	8740	27	3	30
59	7122	33	3	36
60	6425	24	1	25
61	5512	29	3	32
62	4484	21	2	23
63	3629	15	0	15
64	3032	13	2	15
65	2542	16	1	17
66	1872	15	1	16
67	1413	12	0	12

Source : calcul auteur

Nous avons éliminé les observations relatives aux âges élevés tels que les âges 68...75 et les âges moins de 31 parce que la taille de l'échantillon observé est très faible pour ces deux tranches d'âge et nous avons remarqué l'absence de décès pour les âges 30 et 29 ans ce qui peut biaiser les résultats de l'estimation. Le nombre des sinistres tardifs est déterminé par la méthode de Chain Ladder⁶².

Les résultats⁶³ de la méthode de taux hasard constant se présentent comme suit :

Tableau 6 : Estimation des taux bruts par la méthode du taux hasard constant

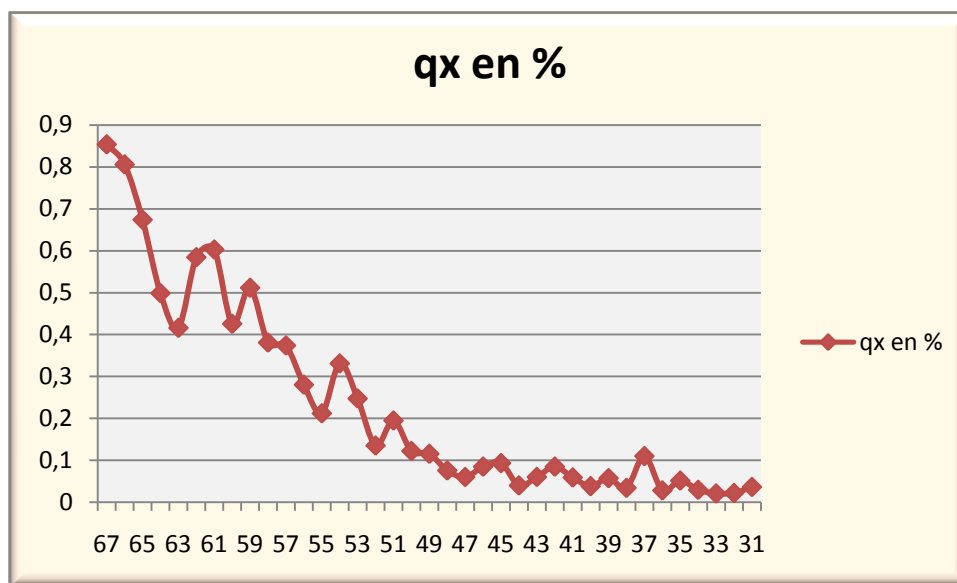
âge	qx en %	px en %	âge	qx en %	px en %
31	0,036607553	99,96339245	50	0,12231545	99,8776846
32	0,022182196	99,9778178	51	0,19495467	99,8050453
33	0,02107683	99,97892317	52	0,13539	99,86461
34	0,0297972	99,9702028	53	0,24744863	99,7525514
35	0,051716558	99,94828344	54	0,33109629	99,6689037
36	0,028412669	99,97158733	55	0,21216589	99,7878341
37	0,110187464	99,88981254	56	0,28046644	99,7195336
38	0,034447954	99,96555205	57	0,37401197	99,625988
39	0,057607288	99,94239271	58	0,38090883	99,6190912
40	0,038417001	99,961583	59	0,51156089	99,4884391
41	0,059210442	99,94078956	60	0,42575807	99,5742419
42	0,085101429	99,91489857	61	0,60279955	99,3972004
43	0,060534494	99,93946551	62	0,58443348	99,4155665
44	0,040153896	99,9598461	63	0,41597047	99,5840295
45	0,09349089	99,90650911	64	0,49863901	99,501361
46	0,085036845	99,91496315	65	0,67386524	99,3261348
47	0,060398913	99,93960109	66	0,80567967	99,1943203
48	0,075900749	99,92409925	67	0,85363164	99,1463684
49	0,115674707	99,88432529			

Source : calcul auteur

⁶² La méthode Chain Ladder est une méthode déterministe de provisionnement fréquemment utilisée par les assureurs. Elle s'applique sur la base des triangles des paiements cumulés (année de survenance, délais de règlement) ou des triangles de charge.

⁶³ Voir détail calcul en annexes

Figure 13: Estimateur brut par la méthode de taux de hasard constant



Source : auteur

2.3. Lissage des taux de mortalité

L'estimation des taux annuels de décès à chaque âge, comme nous l'avons présentée, montre une courbe de mortalité de forme assez irrégulière due essentiellement aux erreurs d'échantillonnage qui font biaiser la réalité. Ainsi, l'ajustement des taux de mortalité paraît primordial. Comme nous avons déjà cité dans le chapitre précédent, il existe plusieurs méthodes pour ajuster les taux de mortalités bruts à savoir les modèles paramétriques, les lissages paramétriques, les lissages non paramétriques et les modèles relationnels. Pour notre travail nous avons opté pour certaines méthodes paramétriques, reposant sur une fonction mathématique de quelques paramètres, notamment la loi de Weibull et la méthode de Gompertz.

2.3.1. La loi de Weibull

Weibull (1951) a proposé un modèle, avec deux paramètres, pour décrire les défaillances techniques d'un système. En effet, Weibull (1951) « propose un modèle paramétrique pour calculer la fiabilité d'un système non réparable. Il aborde notamment la présence de données tronquées ou censurées. »⁶⁴

⁶⁴ Modèles de durée de vie

La loi de Weibull est une généralisation simple du modèle exponentiel, permettant d'obtenir des fonctions de hasard monotone. En fait, elle présente l'évolution du taux de hasard en fonction de l'âge à travers l'équation suivante :

$$\mu_x = a x^b$$

Avec $a > 0$ et $b > 1$. En passant au logarithme, ce modèle sera présenté comme suit :

$$\ln(\mu_x) = \ln(a) + b \ln(x)$$

L'estimation de a et b , à travers STATA, a donné les valeurs respectives suivantes :

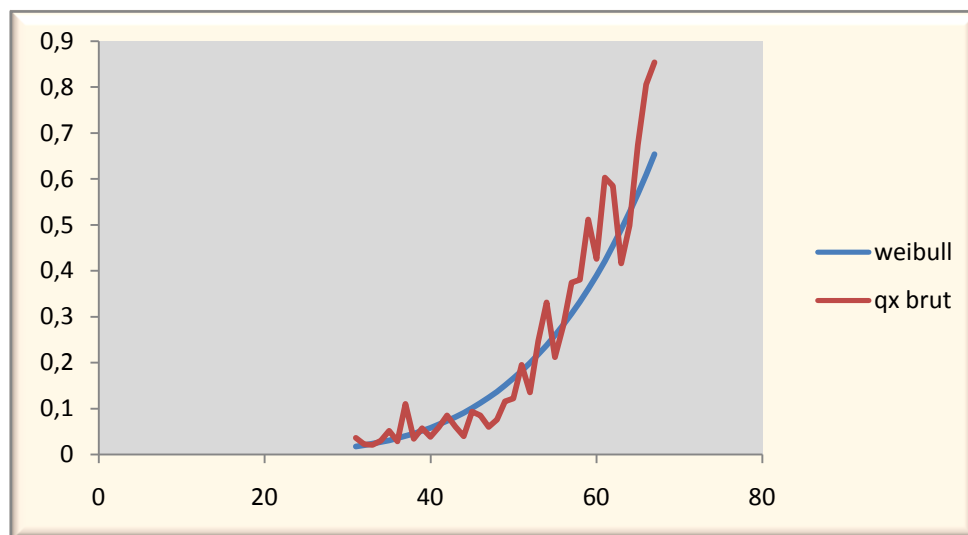
$$a = 1,75109E-11 \text{ et } b = 4,695128$$

Source	SS	df	MS			
Model	41.5370903	1	41.5370903	Number of obs =	37	
Residual	4.96689104	35	.141911173	F(1, 35) =	292.70	
Total	46.5039813	36	1.29177726	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.8932	
				Adj R-squared =	0.8901	
				Root MSE =	.37671	

$\ln x$	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
$\ln x$	4.695128	.2744339	17.11	0.000	4.137998	5.252258
_cons	-24.7682	1.063039	-23.30	0.000	-26.92629	-22.61012

L'ajustement de Weibull se présente dans le graphique suivant

Figure 14: Ajustement par la méthode de Weibull



Source : auteur

Tableau 7: Ajustement de Weibull

Age	Ajustement de Weibull	Age	Ajustement de Weibull
31	0,01759557	50	0,16589319
32	0,02042372	51	0,18204232
33	0,02359791	52	0,19940195
34	0,02714801	53	0,21803662
35	0,03110548	54	0,23801291
36	0,03550338	55	0,25939949
37	0,0403764	56	0,28226713
38	0,04576086	57	0,30668871
39	0,05169483	58	0,33273924
40	0,05821805	59	0,36049587
41	0,06537204	60	0,39003789
42	0,07320009	61	0,42144678
43	0,08174728	62	0,45480617
44	0,09106055	63	0,49020188
45	0,10118869	64	0,5277219
46	0,11218235	65	0,56745645
47	0,12409414	66	0,6094979
48	0,13697856	67	0,65394082
49	0,1508921		

Source : calcul auteur

2.3.2. La loi de Gompertz

Gompertz (1825) a proposé un modèle paramétrique simple qui traduit la tendance observée tout en illustrant que le taux instantané de mortalité augmente d'une manière quasi-exponentielle avec l'âge.

Le modèle de Gompertz comporte deux paramètres. Il s'écrit comme suit :

$$\mu_x = B C^x$$

- $B > 0, C > 1$
- B varie en fonction du niveau de mortalité ;
- C mesure l'augmentation du risque de décès avec l'âge.

La loi de Gompertz peut permettre de modéliser la courbe de mortalité au-delà de 30 ans environ. Toutefois, elle tend à sous-estimer la mortalité avant 40 ans et à la surestimer au-delà de 80 ans⁶⁵.

⁶⁵ LIGNES DIRECTRICES MORTALITE de la commission d'agrément, Institut des Actuares

L'estimation de B et C, à travers STATA, a donné les valeurs respectives suivantes :

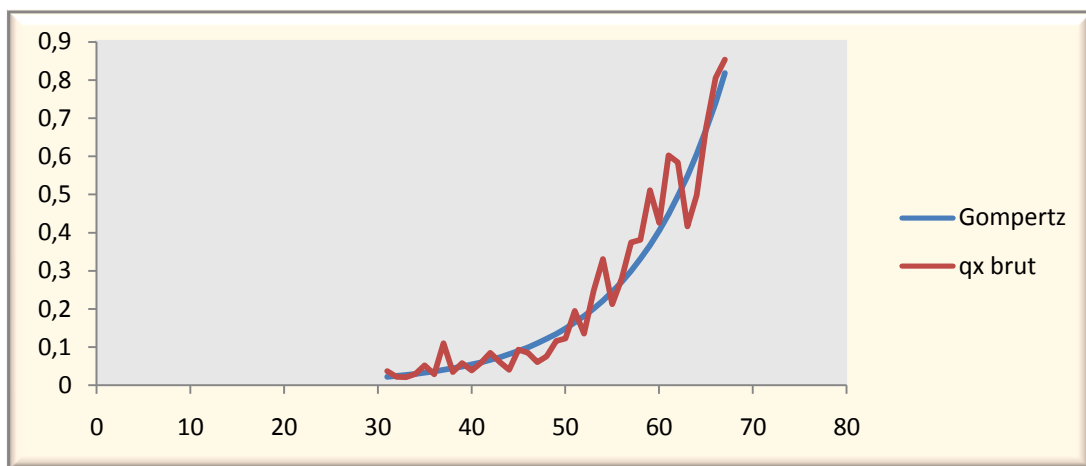
$$B = 9,73425E-06 \text{ et } C = 1,105795405$$

Source	SS	df	MS			
Model	42.6579269	1	42.6579269	Number of obs =	37	
Residual	3.84605438	35	.109887268	F(1, 35) =	388.20	
Total	46.5039813	36	1.29177726	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.9173	
				Adj R-squared =	0.9149	
				Root MSE =	.33149	

lnux	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x	.1005649	.0051041	19.70	0.000	.090203	.1109268
_cons	-11.53986	.2559702	-45.08	0.000	-12.05951	-11.02022

L'ajustement de Gompertz se présente dans le graphique suivant :

Figure 15: Ajustement par la méthode de Gompertz



Source : auteur

Tableau 8: Ajustement de Gompertz

Age	Ajustement de Gompertz	Age	Ajustement de Gompertz
31	0,02198735	50	0,14849741
32	0,02431323	51	0,16419485
33	0,02688511	52	0,18155013
34	0,02972901	53	0,20073801
35	0,03287369	54	0,22195159
36	0,03635094	55	0,24540421
37	0,04019593	56	0,2713316
38	0,04444753	57	0,29999413
39	0,04914872	58	0,33167944
40	0,05434701	59	0,36670519
41	0,06009495	60	0,40542217
42	0,06645061	61	0,44821771
43	0,07347819	62	0,49551942
44	0,08124869	63	0,54779925
45	0,08984056	64	0,60557808
46	0,09934056	65	0,66943056
47	0,10984456	66	0,73999058
48	0,12145855	67	0,81795717
49	0,13429968		

Source : calcul auteur

2.4. Validation de la table construite

Il est indispensable de passer par l'étape vérification de la cohérence de la table construite et pouvoir ainsi vérifier la qualité de l'ajustement.

- ❖ Critère de fidélité aux taux bruts : Ce critère est présenté comme suit :

$$CF = \sum_{x_{inf}}^{x_{sup}} (q_x^{ajusté} - q_x^{brut})^2$$

Plus le critère est proche de 0, plus les taux lissés sont fidèles aux taux bruts.

- ❖ Critère de régularité des taux lissés : Ce critère est présenté sous la forme :

$$CR = \sum_x (\Delta^Z \widehat{q}_x)^2 \text{ soit pour } Z = 1 \text{ } CR = \sum_x (\widehat{q}_x - \widehat{q}_{x+1})^2$$

Plus cette valeur est proche de 0 et plus le lissage est régulier.

- ❖ Test de Khi deux : Ce test rejette le modèle si les écarts entre les taux bruts et les taux ajustés sont trop significatifs pour être simplement dus au hasard, pour un certain niveau de confiance. En fait, il faut en premier lieu calculer le nombre des décès

obtenu par les taux lissés puis calculer la distance de Khi deux par la formule suivante :

$$\chi^2 = \sum_{x_{inf}}^{x_{sup}} \frac{(D_x^{ajust \acute{e}} - D_x)^2}{D_x^{ajust \acute{e}}}$$

Cette distance est la statistique de Khi deux. Cette statistique suit une loi de Khi deux de degré de liberté $k = x_{max} - x_{min} + 1 - n_{param\grave{e}tres} - 1$. Si la valeur critique de la distance Khi deux, calculée à partir de la table statistique de Khi deux, est supérieure au seuil de risque, on accepte H_0 et l'ajustement sera retenu, sinon, on rejette l'ajustement. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 9: les critères de choix de la méthode de lissage

Type de lissage	Weibull	Gompertz
Fidélité au taux bruts	2,13938E-05	1,27852E-05
Régularité des taux lissés	1,67068E-06	3,34975E-06
Distance de Khi deux	60,8459444	50,924335
Test de Khi deux	Rejet	Accepté

Source : calcul auteur

Nous remarquons que l'ajustement de Gompertz est le plus adéquat.

2.5. Impact de l'expérience sur la tarification et le provisionnement

La mortalité d'expérience que nous avons élaborée diffère de celle présentée par la table réglementaire TD99. Les compagnies d'assurance ont l'obligation d'utiliser la dernière table comme base de tarification et de provisionnement des contrats à garanties décès. Le législateur tunisien n'a pas encore autorisé l'utilisation des tables d'expérience malgré que la table officielle surestime la mortalité. Il est donc intéressant de connaître l'impact de prendre en compte les différences de mortalité d'expérience et ses répercussions sur la tarification et le provisionnement.

2.5.1. Impact de l'expérience sur la tarification

La tarification se base sur trois éléments à savoir le taux d'intérêt, les frais de gestion et la table de mortalité. Cette dernière devrait permettre à l'entreprise d'assurance d'effectuer une tarification prenant en considération le risque viager.

Le principe de tarification en assurance vie se présente par l'égalisation à l'instant t_0 (instant de la souscription) entre les valeurs actuelles probables des engagements pris par l'assureur et ceux pris par l'assuré.

Dans le cas d'un contrat temporaire décès, l'engagement de l'assureur est le versement d'un capital C , si l'assuré décède avant l'instant t (échéance du contrat). La valeur actuelle probable des engagements de l'assureur est noté par VAP_{assureur} ou la notation actuarielle ${}_t A_x$ et définie par :

$$VAP_{\text{assureur}} = {}_t A_x = \sum_{k=0}^{t-1} v^{k+1} p_x q_{x+k} C$$

Avec :

- v : le taux d'actualisation défini par $v = \frac{1}{1+i}$; i est le taux technique ;
- C : Capital assuré ;
- q_x : la probabilité de décès entre x et $x+1$;
- p_x : la probabilité de survie jusqu'à l'âge $x + 1$.

En introduisant les nombres de commutation, la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur, en cas de prime unique, est donnée comme suit :

$${}_t A_x = \frac{M_x - M_{x+t}}{D_x} C$$

Avec :

$$C_x = v^{x+1/2} d_x = v^{x+1/2} (1 - l_{x+1}) ;$$

$$M_x = C_x + C_{x+1} + \dots + C_w.$$

Nous allons comparer la prime unique d'un contrat temporaire décès pour différents taux techniques, un capital de 1000 DT et une durée de cinq ans tout en prendre en compte la table de mortalité d'expérience⁶⁶ et la table TD99.

Les tableaux ci-dessous illustrent la différence entre les coûts en fonction de l'âge de souscription et le taux technique.

⁶⁶ La table utilisée est celle ajustée par la loi Gompertz, validée par le test d'adéquation Khi deux.

Tableau 10 : Prime unique issue de la table d'expérience

Taux technique	Age						
	31	35	40	45	50	55	60
1%	1,32201229	1,97653455	3,26752352	5,40124785	8,92699179	14,7506036	24,3634431
2%	1,28767913	1,92520345	3,18266595	5,26097974	8,6951678	14,3675639	23,7308259
3%	1,25479765	1,87604273	3,10139631	5,12664236	8,47314556	14,0007191	23,1249551
4%	1,22328943	1,82893516	3,0235208	4,9979154	8,26039567	13,6491947	22,5443862
4,50%	1,20802718	1,80611676	2,98579873	4,93556141	8,15734182	13,4789198	22,2631642

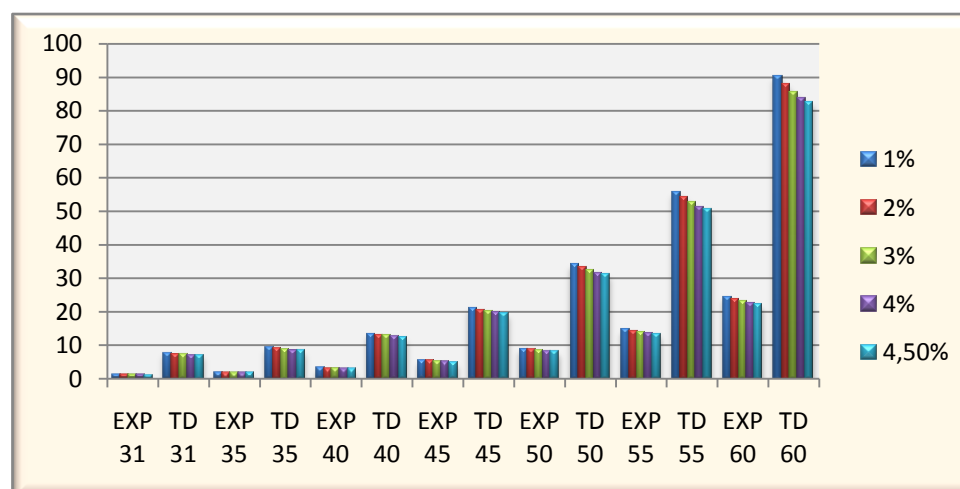
Source : calcul auteur

Tableau 11 : Prime unique issue de la table TD 99

Taux technique	Age						
	31	35	40	45	50	55	60
1%	7,68219469	9,29483289	13,4586813	21,1581616	34,1246974	55,4728032	90,2629031
2%	7,49281041	9,06021128	13,1130812	20,6114985	33,240885	54,0351482	87,9243154
3%	7,311281	8,83540989	12,7820398	20,0879038	32,3944027	52,6582341	85,6845142
4%	7,13718673	8,61990123	12,4647722	19,5861331	31,5832355	51,3387818	83,5381669
4,50%	7,052804	8,5154746	12,3110722	19,3430648	31,1903011	50,6996372	82,4984667

Source : calcul auteur

Figure 16: Comparaison du tarif d'un contrat temporaire décès entre la table d'expérience et la table TD 99



Source : auteur

Nous remarquons, en comparant les coûts du contrat temporaire décès calculés à partir de la table d'expérience et ceux calculés selon la table TD99, des divergences importantes. En effet, les tarifs calculés à partir de la table TD 99 sont plus chers à ceux

calculés selon la table d'expérience. Ces résultats sont conformes à ceux tirés par l'étude de Ben Badis. M (2006) sur le portefeuille de la compagnie d'assurance GAT ayant conclu qu'il existe des différences importantes entre les coûts du contrat temporaire décès tirés selon la table d'expérience et la table TD 88-90 évalué à 52%. Ainsi, la prise en compte de la sinistralité des assurés, propres aux compagnies d'assurance, donnerait des tarifs plus compétitifs puisque l'utilisation d'une table réglementaire ne prend pas en considération la réalité des affaires de la compagnie. De même Joël Winter observe qu'il y a des abattements de 60% à 70%, pour un contrat de type temporaire décès, entre la table TD 88/99 et la table d'expérience construite.

De plus, nous remarquons que le coût de cette garantie diminue lorsque le taux technique augmente, à âge fixé et augmente lorsque l'âge croît à taux technique fixé.

2.5.2. Impact de l'expérience sur le provisionnement

En assurance vie, les provisions mathématiques constituent un élément significatif au niveau du passif du bilan. Elles constituent la différence entre la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur et des charges de gestion liées aux contrats en cours, et la valeur actuelle probable des engagements pris par l'assuré. Les provisions sont sensibles aux changements de table de mortalité. Pour ce faire nous allons procéder à un contrat temporaire décès à capital décroissant linéairement avec un capital = 10 000 DT et de Durée = 5 ans. Les provisions sont calculées à la fin de chaque année.

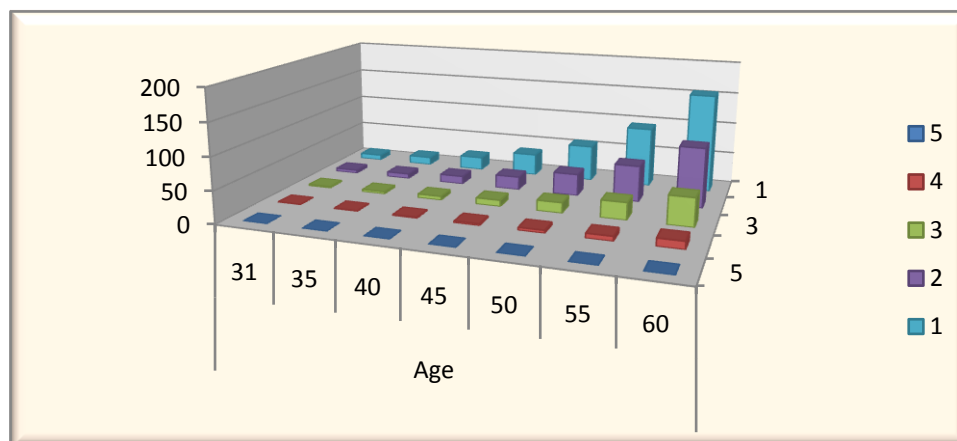
Les tableaux ci-dessous permettent de refléter la différence entre les provisions calculées sur la base de la table TD 99 et la table de mortalité d'expérience à un taux technique égal à 4%.

Tableau 12: Les provisions mathématiques calculées par la table d'expérience

Année/Âge	31	35	40	45	50	55	60
4	0,64470606	0,96388567	1,59341788	2,63383334	4,35282873	7,19168048	11,8763633
3	2,40588344	3,596993599	5,94629447	9,82899893	16,2442491	26,8392342	44,3243635
2	5,05180154	7,55288371	12,4859726	20,639061	34,1104955	56,3600412	93,0818129
1	8,38395161	12,53477818	20,7218698	34,2531862	56,6117354	93,5409928	154,49546

Source : calcul auteur

Figure 17: Les provisions mathématiques pour un contrat temporaire décès à capital décroissant linéairement en utilisant la table d'expérience



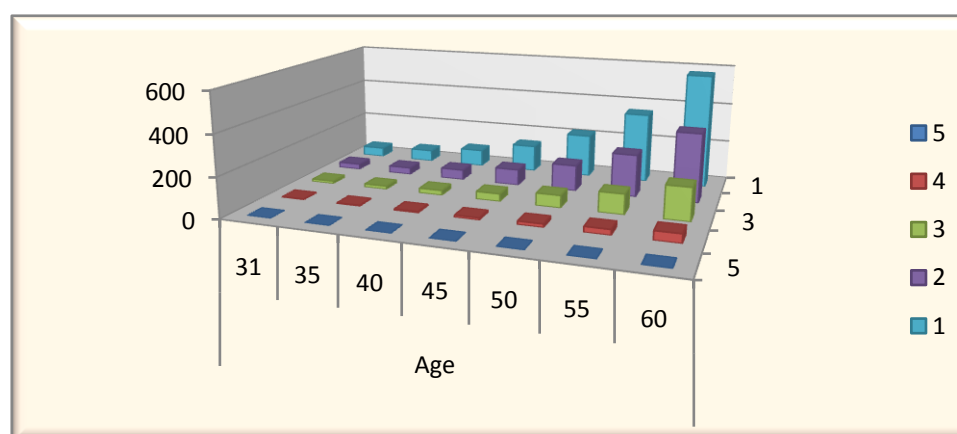
Source : auteur

Tableau 13 : Les provisions mathématiques calculées par la table TD 99

Année/Âge	31	35	40	45	50	55	60
4	3,31436268	4,255720132	6,41299762	10,198039	16,5325902	26,9267454	43,7535097
3	12,7278339	16,06778131	24,0600639	38,124051	61,7967792	100,569455	163,551361
2	27,5355504	34,2942687	50,587017	80,3433934	129,958671	211,469547	344,011037
1	47,2256793	57,9302589	84,7801032	133,832797	216,110811	351,358786	571,713688

Source : calcul auteur

Figure 18: Les provisions mathématiques pour un contrat temporaire décès à capital décroissant linéairement en utilisant la table TD 99



Source : auteur

Comme le cas des tarifs, nous constatons que l'utilisation de la table réglementaire aboutit à un sur-provisionnement de plus de 50%. Dans le tableau qui suit, nous allons présenter les pourcentages conséquents.

Tableau 14: Pourcentage de sur-provisionnement

Age						
31	35	40	45	50	55	60
19,4518863	22,649179	24,8466938	25,8268608	26,3287766	26,7083169	27,1437956
18,9025364	22,3863739	24,7143753	25,7816226	26,2865626	26,6872621	27,101189
18,3464701	22,0237491	24,6821682	25,6885603	26,247187	26,651611	27,0577984
17,7529508	21,6377044	24,4419021	25,594015	26,1956981	26,6226423	27,0232222

Source : calcul auteur

En calculant le pourcentage de sur-provisionnement, nous remarquons qu'il est établi dans un ordre croissant selon l'âge de souscription pour atteindre sa valeur suprême d'environ 27% à un âge de souscription de 60 ans. Ces résultats sont conformes aux travaux précédents de Gaumet. A (2001) affirmant que le niveau de sinistralité observé sur la population assurée de la compagnie d'assurance AXA pourrait s'écarter sensiblement de celui donné par les tables réglementaires. De même, Ben Badis. M (2006) a prouvé qu'en utilisant la table TD88-90 évaluée à 52 %, pour un contrat temporaire décès à capital décroissant linéairement sur 5 ans, le pourcentage de sur-provisionnement suit une fonction croissante en fonction de l'âge jusqu'à un âge limite de souscription. Par contre, il a prouvé que la valeur maximale est atteinte à un âge égal à 55 ans avec un pourcentage de 36,74.

Conclusion

L'étude de la mortalité d'expérience pour le cas des contrats incorporant la garantie décès reflète le risque réel supporté par l'assureur parce que l'utilisation de la table de mortalité réglementaire peut aboutir à des situations de sur tarification et aussi de sur provisionnement.

La table d'expérience permet de modéliser le risque de mortalité en se basant sur une étude précise d'un portefeuille donné. Les assureurs ont tout intérêt à opter pour ce genre de tables, car ils peuvent mieux cerner le risque de mortalité inhérent à leur portefeuille, et prendre en compte notamment le phénomène de sélection médical.

Dans ce contexte, nous avons remarqué, en comparant les coûts du contrat temporaire décès calculé à travers, d'une part, la table d'expérience et la table TD99, d'autre part, des divergences non négligeables entraînant une sur tarification.

La table d'expérience ainsi construite permet de réduire les primes et les provisions de plus de 50 pourcent par rapport aux calculs issus de la table réglementaire. En effet, l'utilisation de la table d'expérience s'avère donc d'une importance capitale.

Conclusion Générale

Les tables de mortalité constituent un élément majeur, par l'estimation de la probabilité de survie ou de décès, afin de tarifier les produits de l'assurance vie d'une part et de déterminer les provisions nécessaires, pour faire face aux risques inhérents à l'activité, d'autre part. Ces tables peuvent être classées en deux types : les tables de moment qui suivent une perspective transversale avec laquelle le démographe se base sur les décès qui se produisent durant une période (par exemple une année) à tous les âges afin d'estimer la mortalité et les tables de génération qui suivent une perspective longitudinale. En d'autres termes, le démographe mesure la mortalité d'un groupe d'individus nés dans une même année tout au long de leur existence, ou durant une même période. Ces tables sont des tables bidimensionnelles utilisant l'âge de l'assuré et le temps comme variables explicatives de décès.

Des évolutions substantielles caractérisent le secteur d'assurance (solvabilité 2, normes IFRS) où la prise en considération du risque inhérent à ce secteur tient une place centrale. En fait, à partir de la réforme technique de 1993, les sociétés d'assurance françaises sont autorisées à utiliser des tables d'expérience qui devraient être certifiées par un actuair indépendant de l'entreprise d'assurance et agréé par l'une des associations d'actuaires reconnues par l'autorité de contrôle prudentiel. Dans ce contexte, il s'avère indispensable, pour le secteur des assurances tunisien, d'utiliser des tables d'expériences permettant de représenter le risque de mortalité ou de longévité propre à une population bien déterminée de chaque compagnie d'assurance.

L'intérêt de construire une table d'expérience comme le signale Henge .F (2007) « *une table d'expérience permet de modéliser le risque de mortalité en se fondant sur une étude précise d'un portefeuille donné. Les assureurs ont tout intérêt à opter pour ce genre de tables, car ils peuvent mieux cerner le risque de mortalité inhérent à leur portefeuille, et appréhender notamment le phénomène d'anti-sélection. La connaissance du portefeuille constitue d'ailleurs un point clé dans le processus de gestion et de la maîtrise des risques d'entreprise.* ». Par ailleurs, plusieurs études comme celles de Gaumet. A (2001), Ben Badis. M (2006), Planchet. F (2009), Ben Badis. M (2013) montrent que l'utilisation des tables d'expérience permet aux compagnies d'assurance d'être plus compétitives sur le marché en

offrant à la clientèle une meilleure tarification d'une part et d'éviter le sur-provisionnement d'autre part.

La directive de solvabilité 2 exige, au niveau des assurances de personnes, une évolution remarquable en matière des techniques actuarielles de valorisation des engagements des compagnies d'assurances. En fait comme l'indiquent Michael Donio et al (2011) *« l'évaluation des Provisions Techniques par une approche best estimate nécessite de projeter de manière fiable et cohérente les flux de prestations futurs et par conséquent nécessite de disposer de tables de mortalité et de tables de passage et de maintien dans différents états (incapacité, invalidité) adaptées et fondées sur l'expérience du portefeuille. »*

Plusieurs approches et modèles de projection ont été développés pour prévoir les taux de mortalité futurs et prendre en compte la baisse des taux de mortalité. Parmi ces approches, nous avons présenté les modèles paramétriques de Weibull, Gompertz et Makeham permettant l'ajustement des observations de chaque année à travers la condensation de l'information annuelle dans un nombre de paramètres restreint.

La construction des tables de mortalité prospectives nécessite l'utilisation des méthodes bidimensionnelles prenant en compte l'amélioration de la mortalité et l'augmentation de la durée de vie humaine afin de garantir plus de prudence dans la tarification des produits d'assurance en cas de vie notamment les rentes viagères. Cependant, puisque l'espérance de vie a tendance à augmenter, la construction des tables d'expérience, pour la garantie décès, nécessite le recours aux méthodes unidimensionnelles sans tenir compte de l'évolution de la mortalité, afin d'améliorer le niveau de prudence.

L'intérêt de notre mémoire réside dans l'étude de la mortalité d'expérience, pour la garantie décès, pour un portefeuille bien déterminé d'une compagnie d'assurance afin de construire une table d'expérience puisque l'utilisation de la table réglementaire ne reflète pas le vrai risque ce qui abouti à des situations de sur tarification et aussi de sur provisionnement.

L'étude effectuée sur un portefeuille de la compagnie d'assurance SALIM pour une période d'observation s'étalant du 01 janvier 2009 au 31 décembre 2013 a dégagé les résultats suivants :

- Il existe des divergences importantes, en comparant les coûts du contrat temporaire décès calculés à partir la table d'expérience et ceux calculés selon la table TD99 ce qui prouve la sur-tarification de ce produit pouvant nuire à la compétitivité de la

compagnie d'assurance essentiellement dans un environnement où la bancassurance s'améliore continuellement.

- L'utilisation de la table réglementaire, pour un contrat temporaire décès à capital décroissant, aboutit à un sur-provisionnement de plus de 50%. De plus, en calculant le pourcentage de sur-provisionnement, nous remarquons qu'il a tendance à augmenter selon l'âge de souscription pour atteindre son maximum d'environ 27% à un âge limite de souscription de 60 ans.

La nécessité de construire de nouvelles tables de mortalités d'expérience comme citée dans Planchet. F (2009) « *l'évaluation des provisions techniques à partir de la meilleure estimation (best estimate) des flux de trésorerie nécessite de prendre en compte l'expérience du portefeuille assuré.* », devrait être accompagnée par l'appréciation des risques liés à la modélisation de la mortalité. Dans ce contexte les nouveaux travaux ont mis l'accent sur cinq sources de risque à savoir le risque opérationnel, risque mutualisable (suite à une plus faible mutualisation), risque systématique de modèle (suite à une plus grande complexité des choix de modèles), risque systématique d'estimation (suite à la dégradation de la qualité statistique des estimateurs) et risque systématique d'avis d'expert (suite à l'augmentation de la prise en compte d'informations externes). Ainsi, la prise en compte de ces différents risques peut être considérée comme un débouché avec des perspectives intéressantes pour notre travail essentiellement en cas d'une étude sur la mortalité d'expérience pour le cas des rentes viagères qui s'avère un sujet d'actualité suite à l'amélioration de l'espérance de vie à la naissance.

Références Bibliographiques

Articles

- ❖ Ben Badis.M. (2013), « Modèles et méthodes actuarielles pour l'évaluation quantitative des risques en environnement Solvabilité II » *Version, 13 juin 2013, Université Paris Dauphine.*
- ❖ Brouhns. N et Denuit. M. (2002), « Risque de longévité et rentes viagères : Evolution de la mortalité en Belgique de 1880 à nos Jours » *BELGIAN ACTUARIAL BULLETIN, Vol. 2, No. 1, 2002.*
- ❖ Chartier.J. (2012), « Impacts opérationnels pour les assureurs » *31/05/2012, conférence Gender Directive ; Optimind.*
- ❖ Currie et al (2004), « Smoothing and forecasting mortality rates » *Statistical Modelling, 4, 279–298.*
- ❖ Donio. M et al (2011), « SOLVABILITÉ II et contrats de Prévoyance Modèle interne ou judicieux choix d'hypothèses ? » *la lettre actuariat et finance, 1^{er} semestre 2011, Winter et associés.*
- ❖ Emile. A et Yassi. D.G. (2009), « Prise en compte des risques démographiques extrêmes dans l'élaboration d'une table de mortalité » *ENSEA Abidjan - Ingénieur Statisticien Economiste 2009.*
- ❖ Henge. F et al (2007), « les tables de mortalité : de la réglementation à la modélisation des risques, un tour d'horizon sur l'actualité et les techniques actuarielles » *société Optimind, 75 bd Haussmann, 75008 Paris, Juin 2007.*
- ❖ Planchet. F. (2005), « Tables de mortalite d'expérience pour des portefeuilles de rentiers » *note méthodologique, version 1.0, octobre 2005, Institut des actuaires.*
- ❖ Planchet. F. (2006), « Tables de mortalité d'expérience : Pour les portefeuilles de rentiers (Tables TGH 05 et TGF 05) » *Juillet 2006 Version 1.3, Institut des actuaires.*
- ❖ Planchet. F. (2009), « Provisionnement best estimate et risque arrêt de travail » ; *la Tribune de l'assurance n° 140, octobre 2009, Winter et associés.*
- ❖ Saint Pierre. F. (2014), « Introduction à l'analyse des durées de survie » *Université Pierre et Marie Curie, Février 2014.*
- ❖ Théron. P. (2013), « Tables d'expérience : les outils de suivi du risque » *Paris, 24/01/2013, Institut des actuaires : galea et associés.*

- ❖ Winter. J. (2004), « Pourquoi utiliser des tables d'expérience » *Cabinet Joël WINTER & Associés -Actuaires.*

Mémoires

- ❖ Ben Badis. M. (2006), « Mortalité d'expérience et impacts sur le solde technique de l'assureur » *Septembre 2006.*
- ❖ Clement. O. (2003), « Elaboration d'une table d'expérience : comparaison de méthodes de lissage analytique et d'ajustement statistique », *EURIA Promotion 2003.*
- ❖ Gaumet. A. (2001), « Construction de tables d'expérience pour l'entrée et le maintien en incapacité » 16/05/2001, ISFA : Institut de science financière et d'assurances.
- ❖ Viville. MB. (2007), « Comparaison de méthodes d'ajustement de la mortalité des rentiers dans un but prospectif » *mémoire d'actuariat. ISFA Scor Global Life.*

Cours

- ❖ Planchet. F. (2013), « Modèle de durée : table de mortalité » Support de cours 2013-2014, ISFA, Version 2.18, Octobre 2013.
- ❖ Modèle de durée de vie; *iml.univ-mrs.fr/reboul/duree12011.pdf.*

Ouvrages

- ❖ Corfias. T. « Assurance Vie : technique et produits » *L'ARGUS éditions, 104268 décembre 2010, 2^{ème} édition.*
- ❖ Laiter. JD et Molard. J. « les clés de l'assurance vie : Produits et techniques » *SEFI éditions, 61464a juin 2006, 2^{ème} édition.*

Divers

- ❖ Code des assurances édition C.L.E. Contribution à la Littérature d'Entreprise 2009.
- ❖ Fédération Tunisienne des sociétés d'assurances « Le marché Tunisien des assurances en 2012 » Décembre 2013.
- ❖ La lettre de la FTUSA n°8 « La fiscalité de l'assurance vie en Tunisie » 22/01/2007, *AUDINET Tunisie.*

- ❖ Lignes directives de mortalité, *Version approuvée après consultation des membres de l'Institut des Actuaire le 20 juin 2006.*
- ❖ Rapport annuel 2013, Assurances SALIM.

ANNEXES

Un échantillon des calculs des taux bruts de décès pour les âges 67 et 31 ans

Age	Dx	Effectifs	Di	ti	ai	1-Di	ti-ai	(1-Di)*(ti-ai)	somme	μ	qx en %
67	12	1	1	0,42	0	0	0,42	0	1399,75	0,00857296	0,853632
		2	1	0,08	0	0	0,08	0			
		3	1	0,25	0	0	0,25	0			
		4	1	0,92	0	0	0,92	0			
		5	1	0,083	0	0	0,083	0			
		6	1	0,41	0	0	0,41	0			
		7	1	0,08	0	0	0,08	0			
		8	1	0,9	0	0	0,9	0			
		9	1	0,5	0	0	0,5	0			
		10	1	0,083	0	0	0,083	0			
		11	1	0,58	0	0	0,58	0			
		12	1	0,83	0	0	0,83	0			
		13	0	1	0,42	1	0,58	0,58			
		14	0	1	0,33	1	0,67	0,67			
		15	0	1	0,5	1	0,5	0,5			
		16	0	1	0	1	1	1			
		17	0	1	0	1	1	1			
		18	0	1	0	1	1	1			
				
		1413	0	1	0	1	1	1			

Age	Dx	Effectifs	Di	ti	ai	1-Di	ti-ai	(1-Di)*(ti-ai)	somme	μ	qx en %
31	3	1	1	0,33	0	0	0,33	0	8193,53	0,00036614	0,03660755
		2	1	0,17	0	0	0,17	0			
		3	1	0,17	0	0	0,17	0			
		4	0	1	0,92	1	0,08	0,08			
		5	0	1	0,58	1	0,42	0,42			
		6	0	1	0,67	1	0,33	0,33			
		7	0	1	0,58	1	0,42	0,42			
		8	0	1	0,25	1	0,75	0,75			
		9	0	1	0,33	1	0,67	0,67			
		10	0	1	0,5	1	0,5	0,5			
		11	0	1	0,58	1	0,42	0,42			
		12	0	1	0,75	1	0,25	0,25			
		13	0	1	0,67	1	0,33	0,33			
		14	0	1	0,42	1	0,58	0,58			
		15	0	1	0,58	1	0,42	0,42			
		16	0	1	0,08	1	0,92	0,92			
		17	0	1	0,42	1	0,58	0,58			
		18	0	1	0,67	1	0,33	0,33			
		19	0	1	0,83	1	0,17	0,17			
		20	0	1	0,5	1	0,5	0,5			
		21	0	1	0,67	1	0,33	0,33			
		22	0	1	0,75	1	0,25	0,25			
		23	0	1	0,08	1	0,92	0,92			
		24	0	1	0,08	1	0,92	0,92			
		25	0	1	0,83	1	0,17	0,17			
		26	0	1	0,42	1	0,58	0,58			
		27	0	1	0,75	1	0,25	0,25			
		28	0	1	0,25	1	0,75	0,75			
		29	0	1	0,08	1	0,92	0,92			
		30	0	1	0,33	1	0,67	0,67			
		31	0	1	0,08	1	0,92	0,92			
		32	0	1	0,25	1	0,75	0,75			
		33	0	1	0,08	1	0,92	0,92			
		34	0	1	0,83	1	0,17	0,17			
		35	0	1	0,58	1	0,42	0,42			
		36	0	1	0,83	1	0,17	0,17			
		37	0	1	0,75	1	0,25	0,25			
		38	0	1	0,83	1	0,17	0,17			
		39	0	1	0,17	1	0,83	0,83			
		40	0	1	0,42	1	0,58	0,58			
		41	0	1	0,58	1	0,42	0,42			
		42	0	1	0,5	1	0,5	0,5			
		43	0	1	0,75	1	0,25	0,25			
		44	0	1	0,42	1	0,58	0,58			
		45	0	1	0,17	1	0,83	0,83			

46	0	1	0,83	1	0,17	0,17
47	0	1	0,25	1	0,75	0,75
48	0	1	0,58	1	0,42	0,42
49	0	1	0,58	1	0,42	0,42
50	0	1	0,17	1	0,83	0,83
51	0	1	0,58	1	0,42	0,42
52	0	1	0,08	1	0,92	0,92
53	0	1	0,92	1	0,08	0,08
54	0	1	0,67	1	0,33	0,33
55	0	1	0,92	1	0,08	0,08
56	0	1	0,08	1	0,92	0,92
57	0	1	0,42	1	0,58	0,58
58	0	1	0,67	1	0,33	0,33
59	0	1	0,08	1	0,92	0,92
60	0	1	0,67	1	0,33	0,33
61	0	1	0,67	1	0,33	0,33
62	0	1	0,08	1	0,92	0,92
63	0	1	0,5	1	0,5	0,5
64	0	1	0,5	1	0,5	0,5
65	0	1	0,33	1	0,67	0,67
66	0	1	0,08	1	0,92	0,92
67	0	1	0,33	1	0,67	0,67
68	0	1	0,33	1	0,67	0,67
69	0	1	0,25	1	0,75	0,75
70	0	1	0,08	1	0,92	0,92
71	0	1	0,42	1	0,58	0,58
72	0	1	0,08	1	0,92	0,92
73	0	1	0,33	1	0,67	0,67
74	0	1	0,08	1	0,92	0,92
75	0	1	0,08	1	0,92	0,92
76	0	1	0,5	1	0,5	0,5
77	0	1	0,08	1	0,92	0,92
78	0	1	0,25	1	0,75	0,75
79	0	1	0,58	1	0,42	0,42
80	0	1	0,42	1	0,58	0,58
81	0	1	0,33	1	0,67	0,67
82	0	1	0,33	1	0,67	0,67
83	0	1	0,17	1	0,83	0,83
84	0	1	0,5	1	0,5	0,5
85	0	1	0,83	1	0,17	0,17
86	0	1	0,5	1	0,5	0,5
87	0	1	0,08	1	0,92	0,92
88	0	1	0,42	1	0,58	0,58
89	0	1	0,25	1	0,75	0,75
90	0	1	0,58	1	0,42	0,42
91	0	1	0,08	1	0,92	0,92
92	0	1	0,92	1	0,08	0,08
93	0	1	0,5	1	0,5	0,5
94	0	1	0,92	1	0,08	0,08
95	0	1	0,67	1	0,33	0,33

96	0	1	0,33	1	0,67	0,67
97	0	1	0,33	1	0,67	0,67
98	0	1	0,08	1	0,92	0,92
99	0	1	0,67	1	0,33	0,33
100	0	1	0,92	1	0,08	0,08
101	0	1	0,58	1	0,42	0,42
102	0	1	0,33	1	0,67	0,67
103	0	1	0,67	1	0,33	0,33
104	0	1	0,92	1	0,08	0,08
105	0	1	0,25	1	0,75	0,75
106	0	1	0,67	1	0,33	0,33
107	0	1	0,75	1	0,25	0,25
108	0	1	0,67	1	0,33	0,33
109	0	1	0,92	1	0,08	0,08
110	0	1	0,92	1	0,08	0,08
111	0	1	0,33	1	0,67	0,67
112	0	1	0,33	1	0,67	0,67
113	0	1	0,42	1	0,58	0,58
114	0	1	0,75	1	0,25	0,25
115	0	1	0,67	1	0,33	0,33
116	0	1	0,17	1	0,83	0,83
117	0	1	0,33	1	0,67	0,67
118	0	1	0,17	1	0,83	0,83
119	0	1	0,42	1	0,58	0,58
120	0	1	0,17	1	0,83	0,83
121	0	1	0,58	1	0,42	0,42
122	0	1	0,75	1	0,25	0,25
123	0	1	0,42	1	0,58	0,58
124	0	1	0,58	1	0,42	0,42
125	0	1	0,08	1	0,92	0,92
126	0	1	0,33	1	0,67	0,67
127	0	1	0,08	1	0,92	0,92
128	0	1	0,92	1	0,08	0,08
129	0	1	0,67	1	0,33	0,33
130	0	1	0,75	1	0,25	0,25
131	0	1	0,25	1	0,75	0,75
132	0	1	0,92	1	0,08	0,08
133	0	1	0,42	1	0,58	0,58
134	0	1	0,25	1	0,75	0,75
135	0	1	0,17	1	0,83	0,83
136	0	1	0,17	1	0,83	0,83
137	0	1	0,08	1	0,92	0,92
138	0	1	0,75	1	0,25	0,25
139	0	1	0,67	1	0,33	0,33
140	0	1	0,33	1	0,67	0,67
141	0	1	0,08	1	0,92	0,92
142	0	1	0,17	1	0,83	0,83
143	0	1	0,5	1	0,5	0,5
144	0	1	0,08	1	0,92	0,92
145	0	1	0,25	1	0,75	0,75

146	0	1	0,33	1	0,67	0,67
147	0	1	0,83	1	0,17	0,17
148	0	1	0,08	1	0,92	0,92
149	0	1	0,83	1	0,17	0,17
150	0	1	0,58	1	0,42	0,42
151	0	1	0,92	1	0,08	0,08
152	0	1	0,42	1	0,58	0,58
153	0	1	0,5	1	0,5	0,5
154	0	1	0,25	1	0,75	0,75
155	0	1	0,92	1	0,08	0,08
156	0	1	0,25	1	0,75	0,75
157	0	1	0,42	1	0,58	0,58
158	0	1	0,92	1	0,08	0,08
159	0	1	0,83	1	0,17	0,17
160	0	1	0,33	1	0,67	0,67
161	0	1	0,67	1	0,33	0,33
162	0	1	0,25	1	0,75	0,75
163	0	1	0,92	1	0,08	0,08
164	0	1	0,17	1	0,83	0,83
165	0	1	0,17	1	0,83	0,83
166	0	1	0,17	1	0,83	0,83
167	0	1	0,75	1	0,25	0,25
168	0	1	0,17	1	0,83	0,83
169	0	1	0,75	1	0,25	0,25
170	0	1	0,25	1	0,75	0,75
171	0	1	0,17	1	0,83	0,83
172	0	1	0,83	1	0,17	0,17
173	0	1	0,5	1	0,5	0,5
174	0	1	0,58	1	0,42	0,42
175	0	1	0,5	1	0,5	0,5
176	0	1	0,17	1	0,83	0,83
177	0	1	0,33	1	0,67	0,67
178	0	1	0,17	1	0,83	0,83
179	0	1	0,75	1	0,25	0,25
180	0	1	0,5	1	0,5	0,5
181	0	1	0,5	1	0,5	0,5
182	0	1	0,67	1	0,33	0,33
183	0	1	0,33	1	0,67	0,67
184	0	1	0,92	1	0,08	0,08
185	0	1	0,25	1	0,75	0,75
186	0	1	0,25	1	0,75	0,75
187	0	1	0,67	1	0,33	0,33
188	0	1	0,5	1	0,5	0,5
189	0	1	0,33	1	0,67	0,67
190	0	1	0,83	1	0,17	0,17
191	0	1	0,83	1	0,17	0,17
192	0	1	0,17	1	0,83	0,83
193	0	1	0,75	1	0,25	0,25
194	0	1	0,58	1	0,42	0,42
195	0	1	0,08	1	0,92	0,92

196	0	1	0,08	1	0,92	0,92
197	0	1	0,08	1	0,92	0,92
198	0	1	0,25	1	0,75	0,75
199	0	1	0,92	1	0,08	0,08
200	0	1	0,67	1	0,33	0,33
201	0	1	0,5	1	0,5	0,5
202	0	1	0,08	1	0,92	0,92
203	0	1	0,25	1	0,75	0,75
204	0	1	0,17	1	0,83	0,83
205	0	1	0,58	1	0,42	0,42
206	0	1	0,42	1	0,58	0,58
207	0	1	0,5	1	0,5	0,5
208	0	1	0,75	1	0,25	0,25
209	0	1	0,5	1	0,5	0,5
210	0	1	0,08	1	0,92	0,92
211	0	1	0,67	1	0,33	0,33
212	0	1	0,75	1	0,25	0,25
213	0	1	0,33	1	0,67	0,67
214	0	1	0,25	1	0,75	0,75
215	0	1	0,92	1	0,08	0,08
216	0	1	0,08	1	0,92	0,92
217	0	1	0,25	1	0,75	0,75
218	0	1	0,5	1	0,5	0,5
219	0	1	0,58	1	0,42	0,42
220	0	1	0,67	1	0,33	0,33
221	0	1	0,5	1	0,5	0,5
222	0	1	0,08	1	0,92	0,92
223	0	1	0,75	1	0,25	0,25
224	0	1	0,83	1	0,17	0,17
225	0	1	0,17	1	0,83	0,83
226	0	1	0,92	1	0,08	0,08
227	0	1	0,42	1	0,58	0,58
228	0	1	0,42	1	0,58	0,58
229	0	1	0,58	1	0,42	0,42
230	0	1	0,83	1	0,17	0,17
231	0	1	0,67	1	0,33	0,33
232	0	1	0,58	1	0,42	0,42
233	0	1	0,08	1	0,92	0,92
234	0	1	0,25	1	0,75	0,75
235	0	1	0,33	1	0,67	0,67
236	0	1	0,92	1	0,08	0,08
237	0	1	0,08	1	0,92	0,92
238	0	1	0,5	1	0,5	0,5
239	0	1	0,25	1	0,75	0,75
240	0	1	0,5	1	0,5	0,5
241	0	1	0,25	1	0,75	0,75
242	0	1	0,58	1	0,42	0,42
243	0	1	0,5	1	0,5	0,5
244	0	1	0,25	1	0,75	0,75
245	0	1	0,83	1	0,17	0,17

246	0	1	0,08	1	0,92	0,92
247	0	1	0,58	1	0,42	0,42
248	0	1	0,25	1	0,75	0,75
249	0	1	0,33	1	0,67	0,67
250	0	1	0,33	1	0,67	0,67
251	0	1	0,58	1	0,42	0,42
252	0	1	0,42	1	0,58	0,58
253	0	1	0,25	1	0,75	0,75
254	0	1	0,33	1	0,67	0,67
255	0	1	0,83	1	0,17	0,17
256	0	1	0,42	1	0,58	0,58
257	0	1	0,5	1	0,5	0,5
258	0	1	0,58	1	0,42	0,42
259	0	1	0,08	1	0,92	0,92
260	0	1	0,83	1	0,17	0,17
261	0	1	0,42	1	0,58	0,58
262	0	1	0,75	1	0,25	0,25
263	0	1	0,25	1	0,75	0,75
264	0	1	0,08	1	0,92	0,92
265	0	1	0,33	1	0,67	0,67
266	0	1	0,08	1	0,92	0,92
267	0	1	0,25	1	0,75	0,75
268	0	1	0,08	1	0,92	0,92
269	0	1	0,83	1	0,17	0,17
270	0	1	0,58	1	0,42	0,42
271	0	1	0,83	1	0,17	0,17
272	0	1	0,75	1	0,25	0,25
273	0	1	0,83	1	0,17	0,17
274	0	1	0,17	1	0,83	0,83
275	0	1	0,42	1	0,58	0,58
276	0	1	0,58	1	0,42	0,42
277	0	1	0,5	1	0,5	0,5
278	0	1	0,75	1	0,25	0,25
279	0	1	0,42	1	0,58	0,58
280	0	1	0,17	1	0,83	0,83
281	0	1	0,83	1	0,17	0,17
282	0	1	0,25	1	0,75	0,75
283	0	1	0,58	1	0,42	0,42
284	0	1	0,58	1	0,42	0,42
285	0	1	0,17	1	0,83	0,83
286	0	1	0,58	1	0,42	0,42
287	0	1	0,08	1	0,92	0,92
288	0	1	0,92	1	0,08	0,08
289	0	1	0,67	1	0,33	0,33
290	0	1	0,92	1	0,08	0,08
291	0	1	0,08	1	0,92	0,92
292	0	1	0,42	1	0,58	0,58
293	0	1	0,67	1	0,33	0,33
294	0	1	0,08	1	0,92	0,92
295	0	1	0,67	1	0,33	0,33

296	0	1	0,67	1	0,33	0,33
297	0	1	0,08	1	0,92	0,92
298	0	1	0,5	1	0,5	0,5
299	0	1	0,5	1	0,5	0,5
300	0	1	0,33	1	0,67	0,67
301	0	1	0,08	1	0,92	0,92
302	0	1	0,33	1	0,67	0,67
303	0	1	0,33	1	0,67	0,67
304	0	1	0,25	1	0,75	0,75
305	0	1	0,08	1	0,92	0,92
306	0	1	0,42	1	0,58	0,58
307	0	1	0,08	1	0,92	0,92
308	0	1	0,33	1	0,67	0,67
309	0	1	0,08	1	0,92	0,92
310	0	1	0,08	1	0,92	0,92
311	0	1	0,5	1	0,5	0,5
312	0	1	0,08	1	0,92	0,92
313	0	1	0,25	1	0,75	0,75
314	0	1	0,58	1	0,42	0,42
315	0	1	0,42	1	0,58	0,58
316	0	1	0,33	1	0,67	0,67
317	0	1	0,33	1	0,67	0,67
318	0	1	0,17	1	0,83	0,83
319	0	1	0,5	1	0,5	0,5
320	0	1	0,83	1	0,17	0,17
321	0	1	0,5	1	0,5	0,5
322	0	1	0,08	1	0,92	0,92
323	0	1	0,42	1	0,58	0,58
324	0	1	0,25	1	0,75	0,75
325	0	1	0,58	1	0,42	0,42
326	0	1	0,08	1	0,92	0,92
327	0	1	0,92	1	0,08	0,08
328	0	1	0,5	1	0,5	0,5
329	0	1	0,92	1	0,08	0,08
330	0	1	0,67	1	0,33	0,33
331	0	1	0,33	1	0,67	0,67
332	0	1	0,33	1	0,67	0,67
333	0	1	0,08	1	0,92	0,92
334	0	1	0,67	1	0,33	0,33
335	0	1	0,92	1	0,08	0,08
336	0	1	0,58	1	0,42	0,42
337	0	1	0,33	1	0,67	0,67
338	0	1	0,67	1	0,33	0,33
339	0	1	0,92	1	0,08	0,08
340	0	1	0,25	1	0,75	0,75
341	0	1	0,67	1	0,33	0,33
342	0	1	0,75	1	0,25	0,25
343	0	1	0,67	1	0,33	0,33
344	0	1	0,92	1	0,08	0,08
345	0	1	0,92	1	0,08	0,08

346	0	1	0,33	1	0,67	0,67
347	0	1	0,33	1	0,67	0,67
348	0	1	0,42	1	0,58	0,58
349	0	1	0,75	1	0,25	0,25
350	0	1	0,67	1	0,33	0,33
351	0	1	0,17	1	0,83	0,83
352	0	1	0,33	1	0,67	0,67
353	0	1	0,17	1	0,83	0,83
354	0	1	0,42	1	0,58	0,58
355	0	1	0,17	1	0,83	0,83
356	0	1	0,58	1	0,42	0,42
357	0	1	0,75	1	0,25	0,25
358	0	1	0,42	1	0,58	0,58
359	0	1	0,58	1	0,42	0,42
360	0	1	0,08	1	0,92	0,92
361	0	1	0,33	1	0,67	0,67
362	0	1	0,08	1	0,92	0,92
363	0	1	0,92	1	0,08	0,08
364	0	1	0,67	1	0,33	0,33
365	0	1	0,75	1	0,25	0,25
366	0	1	0,25	1	0,75	0,75
367	0	1	0,92	1	0,08	0,08
368	0	1	0,42	1	0,58	0,58
369	0	1	0,25	1	0,75	0,75
370	0	1	0,17	1	0,83	0,83
371	0	1	0,17	1	0,83	0,83
372	0	1	0,08	1	0,92	0,92
373	0	1	0,75	1	0,25	0,25
374	0	1	0,67	1	0,33	0,33
375	0	1	0,33	1	0,67	0,67
376	0	1	0,08	1	0,92	0,92
377	0	1	0,17	1	0,83	0,83
378	0	1	0,5	1	0,5	0,5
379	0	1	0,08	1	0,92	0,92
380	0	1	0,25	1	0,75	0,75
381	0	1	0,33	1	0,67	0,67
382	0	1	0,83	1	0,17	0,17
383	0	1	0,08	1	0,92	0,92
384	0	1	0,83	1	0,17	0,17
385	0	1	0,58	1	0,42	0,42
386	0	1	0,92	1	0,08	0,08
387	0	1	0,42	1	0,58	0,58
388	0	1	0,5	1	0,5	0,5
389	0	1	0,25	1	0,75	0,75
390	0	1	0,92	1	0,08	0,08
391	0	1	0,25	1	0,75	0,75
392	0	1	0,42	1	0,58	0,58
393	0	1	0,92	1	0,08	0,08
394	0	1	0,83	1	0,17	0,17
395	0	1	0,33	1	0,67	0,67

396	0	1	0,67	1	0,33	0,33
397	0	1	0,25	1	0,75	0,75
398	0	1	0,92	1	0,08	0,08
399	0	1	0,17	1	0,83	0,83
400	0	1	0,17	1	0,83	0,83
401	0	1	0,17	1	0,83	0,83
402	0	1	0,75	1	0,25	0,25
403	0	1	0,17	1	0,83	0,83
404	0	1	0,75	1	0,25	0,25
405	0	1	0,25	1	0,75	0,75
406	0	1	0,17	1	0,83	0,83
407	0	1	0,83	1	0,17	0,17
408	0	1	0,5	1	0,5	0,5
409	0	1	0,58	1	0,42	0,42
410	0	1	0,5	1	0,5	0,5
411	0	1	0,17	1	0,83	0,83
412	0	1	0,33	1	0,67	0,67
413	0	1	0,17	1	0,83	0,83
414	0	1	0,75	1	0,25	0,25
415	0	1	0,5	1	0,5	0,5
416	0	1	0,5	1	0,5	0,5
417	0	1	0,67	1	0,33	0,33
418	0	1	0,33	1	0,67	0,67
419	0	1	0,92	1	0,08	0,08
420	0	1	0,25	1	0,75	0,75
421	0	1	0,25	1	0,75	0,75
422	0	1	0,67	1	0,33	0,33
423	0	1	0,5	1	0,5	0,5
424	0	1	0,33	1	0,67	0,67
425	0	1	0,83	1	0,17	0,17
426	0	1	0,83	1	0,17	0,17
427	0	1	0,17	1	0,83	0,83
428	0	1	0,75	1	0,25	0,25
429	0	1	0,58	1	0,42	0,42
430	0	1	0,08	1	0,92	0,92
431	0	1	0,08	1	0,92	0,92
432	0	1	0,08	1	0,92	0,92
433	0	1	0,25	1	0,75	0,75
434	0	1	0,92	1	0,08	0,08
435	0	1	0,67	1	0,33	0,33
436	0	1	0,5	1	0,5	0,5
437	0	1	0,08	1	0,92	0,92
438	0	1	0,25	1	0,75	0,75
439	0	1	0,17	1	0,83	0,83
440	0	1	0,58	1	0,42	0,42
441	0	1	0,42	1	0,58	0,58
442	0	1	0,5	1	0,5	0,5
443	0	1	0,75	1	0,25	0,25
444	0	1	0,5	1	0,5	0,5
445	0	1	0,08	1	0,92	0,92

446	0	1	0,67	1	0,33	0,33
447	0	1	0,75	1	0,25	0,25
448	0	1	0,33	1	0,67	0,67
449	0	1	0,25	1	0,75	0,75
450	0	1	0,92	1	0,08	0,08
451	0	1	0,08	1	0,92	0,92
452	0	1	0,25	1	0,75	0,75
453	0	1	0,5	1	0,5	0,5
454	0	1	0,58	1	0,42	0,42
455	0	1	0,67	1	0,33	0,33
456	0	1	0,5	1	0,5	0,5
457	0	1	0,08	1	0,92	0,92
458	0	1	0,75	1	0,25	0,25
459	0	1	0,83	1	0,17	0,17
460	0	1	0,17	1	0,83	0,83
461	0	1	0,92	1	0,08	0,08
462	0	1	0,42	1	0,58	0,58
463	0	1	0,42	1	0,58	0,58
464	0	1	0,58	1	0,42	0,42
465	0	1	0,83	1	0,17	0,17
466	0	1	0,67	1	0,33	0,33
467	0	1	0,58	1	0,42	0,42
468	0	1	0,08	1	0,92	0,92
469	0	1	0,25	1	0,75	0,75
470	0	1	0,33	1	0,67	0,67
471	0	1	0,92	1	0,08	0,08
472	0	1	0,08	1	0,92	0,92
473	0	1	0,5	1	0,5	0,5
474	0	1	0,25	1	0,75	0,75
475	0	1	0,5	1	0,5	0,5
476	0	1	0,25	1	0,75	0,75
477	0	1	0,67	1	0,33	0,33
478	0	1	0,58	1	0,42	0,42
479	0	1	0,08	1	0,92	0,92
480	0	1	0,25	1	0,75	0,75
481	0	1	0,33	1	0,67	0,67
482	0	1	0,92	1	0,08	0,08
483	0	1	0,08	1	0,92	0,92
484	0	1	0,5	1	0,5	0,5
485	0	1	0,25	1	0,75	0,75
486	0	1	0,5	1	0,5	0,5
487	0	1	0,25	1	0,75	0,75
488	0	1	0,33	1	0,67	0,67
489	0	1	0	1	1	1
....
8418	0	1	0	1	1	1

Table des matières

Introduction Générale	1
Chapitre 1 : Fondements de l'assurance vie et des tables de mortalité	3
Section 1 : Assurance vie : concepts et évolution du marché Tunisien	5
1.1. Principaux types de contrats	5
1.1.1. Assurance en cas de vie	5
1.1.2. Assurance en cas de décès	6
1.1.3. Assurances mixtes	7
1.1.4. Contrat en Unités de Compte	7
1.2. Les acteurs du contrat d'assurance vie	8
1.2.1. Le souscripteur	8
1.2.2. L'assuré	8
1.2.3. Le bénéficiaire	8
1.3. Le marché Tunisien en assurance vie	9
1.3.1. Les primes émises	9
1.3.2. Les sinistres	11
1.3.3. Résultat technique	13
Section 2 : Les bases techniques	13
2.1. Présentation d'une table de mortalité	14
2.1.1. Définition	14
2.1.2. Les principaux facteurs affectant la mortalité	18
2.2. Les types des tables de mortalité	19
2.2.1. Les tables de moment	20
2.2.2. Les tables de génération	20
2.2.3. Les tables réglementaires	20
2.2.4. Les tables d'expérience	22
2.2.5. Les tables prospectives	23
Chapitre 2 : Construction d'une table d'expérience et impact de l'expérience sur le solde technique : Revue de la littérature	26
Section 1 : Construction d'une table d'expérience : estimation et lissage des taux de mortalité	28
1.1. Estimation des taux de mortalité	28
1.1.1. Les données incomplètes	29
1.1.2. Notations et identification des différentes observations	30

1.1.3.	Estimation dans le cas de données incomplètes.....	31
1.1.4.	Méthode de Kaplan Meier.....	32
1.1.5.	Méthode par taux de hasard constant.....	34
1.2.	Lissage des taux annuels de mortalité	35
1.2.1.	La modélisation paramétrique	36
1.2.2.	Les lissages paramétriques.....	41
1.2.3.	Les lissages non paramétriques.....	42
1.2.4.	Les modèles relationnels.....	43
1.3.	Validation de la table construite	43
Section 2 : Impact de l'expérience sur le solde technique d'une compagnie d'assurance vie		44
2.1.	Impact de l'expérience sur la tarification.....	45
2.2.	Impact de l'expérience sur le provisionnement.....	47
Chapitre 3 : Construction d'une table de mortalité d'expérience : Application au contrat temporaire décès de l'assurance SALIM		52
Section 1 : Présentation du cadre de travail		54
1.1.	Présentation de la société d'assurances SALIM	54
1.2.	Analyse descriptive.....	56
1.2.1.	Description de la base des données.....	56
1.2.2.	Année de souscription.....	56
1.2.3.	Age de souscription	57
1.2.4.	Année de décès	58
1.2.5.	Age de décès.....	58
Section 2 : Construction de table de mortalité d'expérience pour le risque de décès		59
2.1.	Traitement et validation des données	59
2.1.1.	La période d'observation.....	59
2.1.2.	La représentativité des données	60
2.1.3.	La cohérence des données	61
2.2.	Estimation des taux annuels bruts de décès	62
2.3.	Lissage des taux de mortalité	66
2.3.1.	La loi de Weibull	66
2.3.2.	La loi de Gompertz	68
2.4.	Validation de la table construite	70
2.5.	Impact de l'expérience sur la tarification et le provisionnement	71
2.5.1.	Impact de l'expérience sur la tarification.....	71

2.5.2. Impact de l'expérience sur le provisionnement.....	74
Conclusion Générale.....	78
Références Bibliographiques.....	81
ANNEXES.....	84

Liste des tableaux

Tableau 1: La concentration des primes émises des trois premières entreprises.....	10
Tableau 2: Les primes émises des entreprises spécialisées	11
Tableau 3: Nombre de contrats souscrits.....	11
Tableau 4 : Les sinistres payés par entreprise d'assurance vie en DT.....	12
Tableau 5: Espérance de vie à la naissance par genre	21
Tableau 6 : Estimation des taux bruts par la méthode du taux hasard constant	65
Tableau 7: Ajustement de Weibull	68
Tableau 8: Ajustement de Gompertz	70
Tableau 9: les critères de choix de la méthode de lissage	71
Tableau 10 : Prime unique issue de la table d'expérience.....	73
Tableau 11 : Prime unique issue de la table TD 99.....	73
Tableau 12: Les provisions mathématiques calculées par la table d'expérience.....	74
Tableau 13 : Les provisions mathématiques calculées par la table TD 99	75
Tableau 14: Pourcentage de sur-provisionnement	76

Liste des figures

Figure 1: Evolution des primes émises.....	10
Figure 2 : Evolution des sinistres réglés.....	12
Figure 3: Evolution du résultat technique	13
Figure 4: Taux instantané de mortalité en fonction de l'âge	17
Figure 5: représentation de la fonction de survie : Effectifs de survivants en fonction de l'âge.....	18
Figure 6: Structure du chiffre d'affaire d'Assurance SALIM au 31/12/2013	54
Figure 7: Structure du chiffre d'affaire vie par type de réseau.....	55
Figure 8: Nombre d'enregistrement en fonction de l'année de souscription.....	56
Figure 9: Nombre d'enregistrement en fonction de l'année de souscription.....	57
Figure 10: nombre d'enregistrement par âge à la souscription	57
Figure 11: nombre de décès sans tenir compte des tardifs	58
Figure 12: nombre d'enregistrement sans tenir compte des tardifs	58
Figure 13: Estimateur brut par la méthode de taux de hasard constant	66
Figure 14: Ajustement par la méthode de Weibull.....	67
Figure 15: Ajustement par la méthode de Gompertz.....	69
Figure 16: Comparaison du tarif d'un contrat temporaire décès entre la table d'expérience et la table TD 99.....	73
Figure 17: Les provisions mathématiques pour un contrat temporaire décès à capital décroissant linéairement en utilisant la table d'expérience	75
Figure 18: Les provisions mathématiques pour un contrat temporaire décès à capital décroissant linéairement en utilisant la table TD 99	75